Argomenti: Prodotto tra matrici, matrici invertibili, inverse, uso dell'inversa per risolvere sistemi lineari, matrici elementari, Es 1 del 5/6/2023.

Es 1: Calcola se possibile AB e BA in ognuno dei seguenti casi. Verificare con MATLAB.

Es 2: Usare il criterio assegnato per per stabilire l'invertibilità di A. Se è invertibile calcola A^{-1} (con l'alg. di inv.).

- $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ col.

- $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$ rg

- $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ ker

- $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ rref.

Es3: 1) Dimostrare che se A è $n \times n$ invertibile, $\forall b \in \mathbb{K}^n$ si ha

$$AX = b$$

è risolubile e ha l'unica soluzione

$$X_b = A^{-1} b$$

Sol.:

$$rg(A|b) = rg\, A = n \Rightarrow \text{è risolubile}$$

per Rouché-Capelli.

$$\text{Soluzioni} = S_A^{-1}(b) = (S_A)^{-1}(b)$$

$$= S_{A^{-1}}(b) = A^{-1} b.$$

2) Calcolare l'unica soluzione di $AX = b$ usando l'algoritmo di inversione per calcolare $A^{-1}b$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & i+1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ i-1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Es 4: Scrivere

$$\mathrm{rref}(A) = BA$$

dove B è un prodotto di matrici elementari.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$