Temi: ·) Applicazioni lineari: Nucleo, immagine, definite dai valori su una base.

·) Formula della dimensione

·) Teorema di struttura.

·) Asse, bisettrice, vettore normale.

Es 1: Per ognuna delle seguenti matrici A, calcolare $B_{\ker A}$, $\operatorname{rg} A$, $B_{\operatorname{Im} A}$ e $S_A^{-1}(b)$.

·) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

·) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

·) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

·) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

·) $A = \begin{pmatrix} i & 3i \\ 2i+1 & 4i \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Verificare con MATLAB

Es2) Sia $V = \mathbb{R}[x]_{\leq 2}$. Sia

$$\mathcal{B} = (1-x,\ 1+x,\ 2-x+x^2) \subset V.$$

·) Dimostrare che $\mathcal{B}$ è una base.

·) Sia $\mathcal{L} : V \longrightarrow V$ lineare t.c.

$$\mathcal{L}(1-x) = 1+x$$
$$\mathcal{L}(1+x) = 2$$
$$\mathcal{L}(2-x+x^2) = 1+x.$$

Determinare $\mathcal{L}$, calcolare $\mathcal{B}_{\operatorname{Ker}\mathcal{L}}$ e $\mathcal{B}_{\operatorname{Im}\mathcal{L}}$.

<u>Es3</u>: Per ogni coppia di punti A, B trovare equazioni cartesiane dell'asse del segmento $\overline{AB}$, la pendenza della retta per A e B, il vettore normale alla retta per A e B ed i coseni direttori della retta per A e B.

·) $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

·) $A = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

·) $A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Es 4: Scrivere i coefficienti di Fourier di $v=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ nelle seguenti basi ortogonali:

1) (e_1, e_2)
2) $(P_\theta, P_{\theta+\frac{\pi}{2}})$
3) $\left(\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}\right)$ 4) $\left(\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}\right)$.

Es 5: Equazioni cartesiane della retta tangente alla circonferenza di centro O e raggio 1 nel punto $P_{\pi/4}$.

Es 6: Eq. cartesiana della retta passante per $P=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ e perpendicolare alla retta

$s: \ 2x+y=1.$