Appello del 9.2.2016: Compito A

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

Domanda 1

[3+2 punti]

(i) Dare la definizione di estremo superiore per un insieme $A \subset \mathbb{R}$.

(ii) Se $A \neq \emptyset$ e $\inf A = \sup A$, allora si può dire che A ammette massimo e minimo?

Risposta

(i) ______________________________

(ii) ______________________________

Domanda 2

[3+2 punti]

(i) Enunciare il Teorema di Fermat per una funzione di più variabili reali

(ii) Mostrare con un contro-esempio che il teorema precedente é solo CN, ma non CS per gli estremi locali

Risoluzione

(i) ______________________________

(ii) ______________________________

Esercizio 1 **[3 punti]**

Sia $\{a_n\}_n$ una successione tale che $|a_{2n}| > \pi$ e $a_{2n+1} \leq -4n$, $\forall n \in \mathbb{N}$. Allora

[a] non diverge; [b] non é limitata superiormente ;

[c] é limitata; [d] non converge

Risoluzione <u>(giustificare la risposta)</u>

Esercizio 2 **[3 punti]**

Siano $f \in C^\infty(\mathbb{R})$ tale che $f^{(k)}(1) = 0$ per $k = 0, 1, 2, 3$ e $f^{(4)}(1) = 1$. Allora esiste $\delta > 0$ tale che in $(1 - \delta, 1 + \delta)$ la funzione f é

[a] strettamente crescente ; [b] non negativa;

[c] strettamente decrescente; [d] non positiva.

Risoluzione <u>(giustificare la risposta)</u>

Esercizio 3 **[3 punti]**

L'equazione algebrica $z^4 - z = 0$ in $\mathbb{C}$ ha esattamente

[a] infinite soluzioni, di cui 2 reali; [b] le soluzioni 0 e 1 con molteplicità 1 e 3 rispettivamente;

[c] tre soluzioni distinte [d] quattro soluzioni distinte

Risoluzione <u>(giustificare la risposta)</u>

Esercizio 4

[4 punti]

Disegnare il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y - 2 \leq x \leq -y^2\}$ e calcolare $\iint_D e^y dxdy$.

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{n}{n^2+1}\right) \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$$

Risoluzione

Esercizio 6 **[5 punti]**

Studiare la funzione $f(x) = \arctan\left(\frac{x^2+x}{x^2+1}\right)$ e tracciarne un grafico approssimativo

Risoluzione