D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Appello del 6.6.2023: Compito A

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

Domanda 1

[3+2 punti]

(i) Enunciare il test di monotonia per le funzioni derivabili.

(ii) Trovare gli insiemi di monotonia dellla funzione $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Enunciare il criterio del rapporto per le serie numeriche.

(ii) Studiare con il criterio del rapporto la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{n!}$.

Risoluzione

(i)

(ii)

Esercizio 1

[3 punti]

La successione $a_n = \frac{4^n - e^{n\ln(n)}}{\pi^n - n!}$ é

- [a] infinitesima
- [b] oscillante
- [c] asintotica a $-\dfrac{1}{n^2}$
- [d] divergente

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 2

[3 punti]

La funzione $f(x) = x^2 e^{-x}$

- [a] soddisfa le ipotesi del Teorema di Rolle in $[-1, 1]$
- [b] é invertibile
- [c] é pari
- [d] ammette minimo assoluto

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 3

[3 punti]

Se $\lim_{n\to+\infty}(a_n)^3 = +\infty$, allora la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$

- [a] converge
- [b] diverge a $+\infty$
- [c] é oscillante
- [d] diverge a $-\infty$

Risoluzione (giustificare la risposta)

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare

$$\int_0^1 \frac{1}{1+e^x}\,dx.$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare $\lim_{x\to 0} \dfrac{e^{x^2+x}-e^x}{1-\cos(x)}$

Risoluzione

Esercizio 6

[5 punti]

Risolvere al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ l'equazione differenziale

$$\begin{cases} y'(t) + \ y^2(t)e^{-t} = 0 \\ y(1) = \alpha. \end{cases}$$

Risoluzione