| | |
|---|---|
| D1 | |
| D2 | |
| E1 | |
| E2 | |
| E3 | |
| E4 | |
| E5 | |
| E6 | |
| $\Sigma$ | |

**Appello del 19.1.2021: Compito A**

**Nome:** **Cognome:** **Matricola:**

## Domanda 1

**[3+2 punti]**

(i) Dare la definizione di $\lim_{n\to+\infty} a_n = \ell$.

(ii) Fare un esempio di successione limitata, ma non convergente.

### Risposta

(i)

(ii)

## Domanda 2

**[3+2 punti]**

(i) Enunciare il *Teorema di Fermat* (per la caratterizzazione degli estremi locali).

(ii) Fare un esempio di una funzione tale che un suo punto critico non sia punto di estremo locale.

### Risoluzione

(i)

(ii)

## Esercizio 1 **[3 punti]**

Sia $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ una serie convergente a termini positivi. Allora

- [a] $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$;
- [b] $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ é monotona
- [c] $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n a_n$ non converge;
- [d] $\{\sin(a_n)\}_{n\in\mathbb{N}}$ é convergente

**Risoluzione** **(giustificare la risposta)**

## Esercizio 2 **[3 punti]**

La funzione $f(x) = x^8 \sin(x)$, $x \in \mathbb{R}$ é tale che

- [a] non é derivabile in 0
- [b] é monotona non decrescente
- [c] $\int_{-3}^{3} f(x)dx = 0$
- [d] ha limite $-\infty$ per $x \to -\infty$

**Risoluzione** **(giustificare la risposta)**

## Esercizio 3 **[3 punti]**

Siano $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ regolare tale che $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{\sin(x^2)} = 1$. Allora il polinomio di Taylor di ordine 2 di $f$ in $x_0 = 0$ é

- [a] $T_2(x) = 1$ ;
- [b] $T_2(x) = 1 + x^2$;
- [c] $T_2(x) = x^2$;
- [d] $T_2(x) = \ln(1 + x^2)$.

**Risoluzione** **(giustificare la risposta)**

## Esercizio 4

**[4 punti]**

Calcolare, se esiste,

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - \sin(x) - \cos(x)}{e^{x^2} - e^{x^3}}$$

### Risoluzione

## Esercizio 5

**[4 punti]**

Studiare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il problema di Cauchy

$$\begin{cases} (t^2+1)y'(t) = e^{-y(t)} \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

### Risoluzione

## Esercizio 6 **[5 punti]**

Studiare la funzione $f(x) = (x^2 + 1)e^{-|x|}$ e tracciarne un grafico qualitativo.

### Risoluzione