D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Appello del 8.1.2013: Compito B

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

Domanda 1 **[3+2 punti]**

(i) Dare la definizione di divergenza per una serie numerica $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ (definendo la successione delle ridotte n-sime).

(ii) Descrivere il comportamento della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Risposta

(i) ______________________________

____

____

____

(ii) ______________________________

____

____

____

Domanda 2 **[2+3 punti]**

(i) Enunciare il Teorema fondamentale del calcolo integrale.

(ii) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua e tale che $f(0) = 3$. Calcolare $\lim_{x\to 0} \frac{\int_0^x f(t)dt}{x\cos(x)}$

Risposta

(i) ______________________________

____

____

____

____

(ii) ______________________________

____

____

____

____

____

____

Esercizio 1 **[3 punti]**

Sia $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una successione limitata. Allora

- [a] $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ non é monotona
- [b] $\lim_{n\to\infty} a_n$ esiste finito
- [c] $\lim_{n\to\infty} \sin(a_n)$ non esiste;
- [d] Esiste $\alpha > 0$ tale che $e^{a_n} > \alpha\ \forall n \in \mathbb{N}$

Risoluzione **(giustificare la risposta)**

Esercizio 2 **[3 punti]**

Sia $f \in C^1([0,1])$ tale che $f(0) = 0$, $f(1) = 2$. Allora

- [a] Esiste $x \in [0,1]$ t.c. $f'(x) = 2$
- [b] $f'(0) \geq 0$
- [c] f é invertibile
- [d] f é convessa

Risoluzione **(giustificare la risposta)**

Esercizio 3 **[3 punti]**

Il piano tangente al grafico di $f(x,y) = y\cos(x)$ nell'origine é dato da

- [a] $z = x$
- [b] $z = y$
- [c] $z = y\cos(x)$
- [d] $z = 0$

Risoluzione **(giustificare la risposta)**

Esercizio 4

[4 punti]

Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} (t-1)^2 y'(t) = t y(t) \\ y(2) = \alpha \end{cases}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[5 punti]

Calcolare

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2 - \sin^2(x)}{x^2(\cos(x) - 1)}$$

Risoluzione

Esercizio 6 **[5 punti]**

Trovare i punti critici della funzione $f(x, y) = -y^3 + y^2 + x^2 - yx^2 + 5y - 4$ e classificarli.

Risoluzione