Appello del 3.9..2015: Compito A

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Domanda 1

[3+2 punti]

(i) Dare la definizione di convergenza per una serie numerica $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$.

(ii) Descrivere il comportamento della serie geometrica $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ al variare di $q \in \mathbb{R}$.

Risposta

(i) ______________________________

____

____

____

____

(ii) ______________________________

____

____

____

____

Domanda 2

[3+2 punti]

(i) Enunciare il *Teorema di Schwarz.*

(ii) Quale proprietà importante per la matrice Hessiana segue dal Teorema di Schwarz?

Risoluzione

(i) ______________________________

____

____

____

____

(ii) ______________________________

____

____

____

Esercizio 1

[3 punti]

Sia $\{a_n\}_n$ una successione tale che $\sqrt{|a_n|} \sim e^{-n}$ per $n \to \infty$. Allora la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$

$\boxed{\text{a}}$ converge; $\boxed{\text{b}}$ diverge;

$\boxed{\text{c}}$ é irregolare; $\boxed{\text{d}}$ non si puó dire nulla.

Risoluzione **(giustificare la risposta)**

Esercizio 2

[3 punti]

Siano $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua in $[a, b]$, derivabile in (a, b) e tale che esiste $c \in (a, b)$ per cui $f'(c) = 0$. Allora

$\boxed{\text{a}}$ $f(a) = f(b)$; $\boxed{\text{b}}$ f ha un minimo locale in c;

$\boxed{\text{c}}$ f ha massimo assoluto in $[a, b]$; $\boxed{\text{d}}$ f ha minimo assoluto in (a, b).

Risoluzione **(giustificare la risposta)**

Esercizio 3

[3 punti]

Siano A e B due insiemi limitati non vuoti. Quale delle seguenti affermazioni é equivalente a dire che $\inf A \leq \inf B$

$\boxed{\text{a}}$ Per ogni $a \in A$, esiste $b \in B$ t.c. $a \leq b$ $\boxed{\text{b}}$ Per ogni $\epsilon > 0$ e $b \in B$, esiste $a \in A$ t.c. $a \leq b + \epsilon$.

$\boxed{\text{c}}$ Per ogni $a \in A$, esiste $b \in B$ tale che $a \geq b$ $\boxed{\text{d}}$ Esiste $b \in B$ t.c. $a < b$ per ogni $a \in A$.

Risoluzione **(giustificare la risposta)**

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(t) - 4y'(t) + 13y(t) = te^t$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2 - \sin^2(x)}{x^3(e^x - \cos(x))}$$

Risoluzione

Esercizio 6

[5 punti]

Calcolare $\iint_D xy\,dxdy$ ove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^3 : 0 \le x \le 2, 0 \le y \le 2x - x^2\}$.

Risoluzione