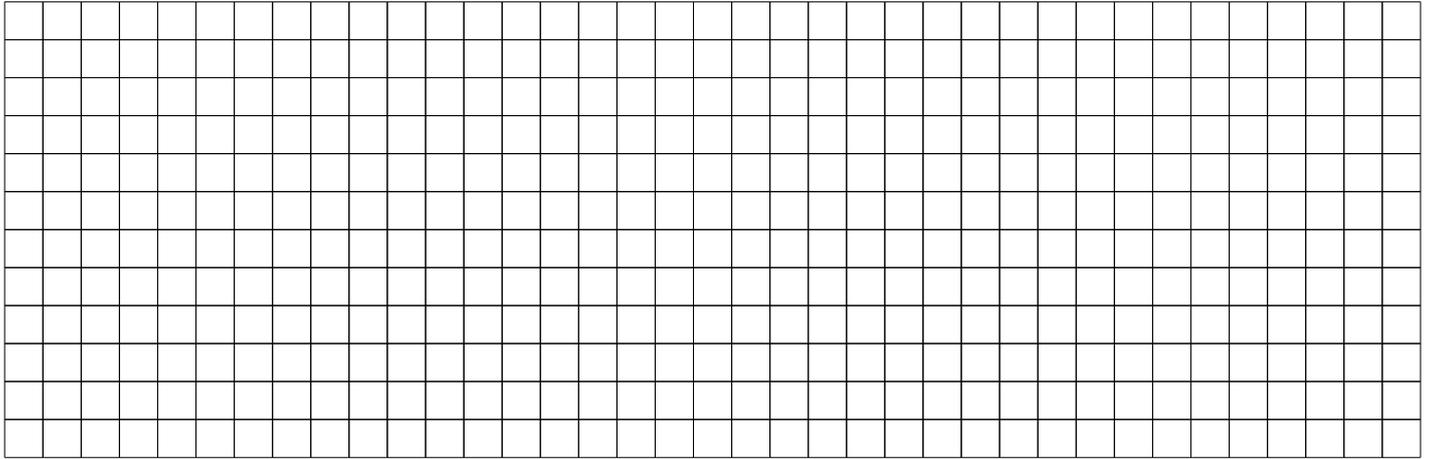




**DOMANDA 2.** [3 punti]

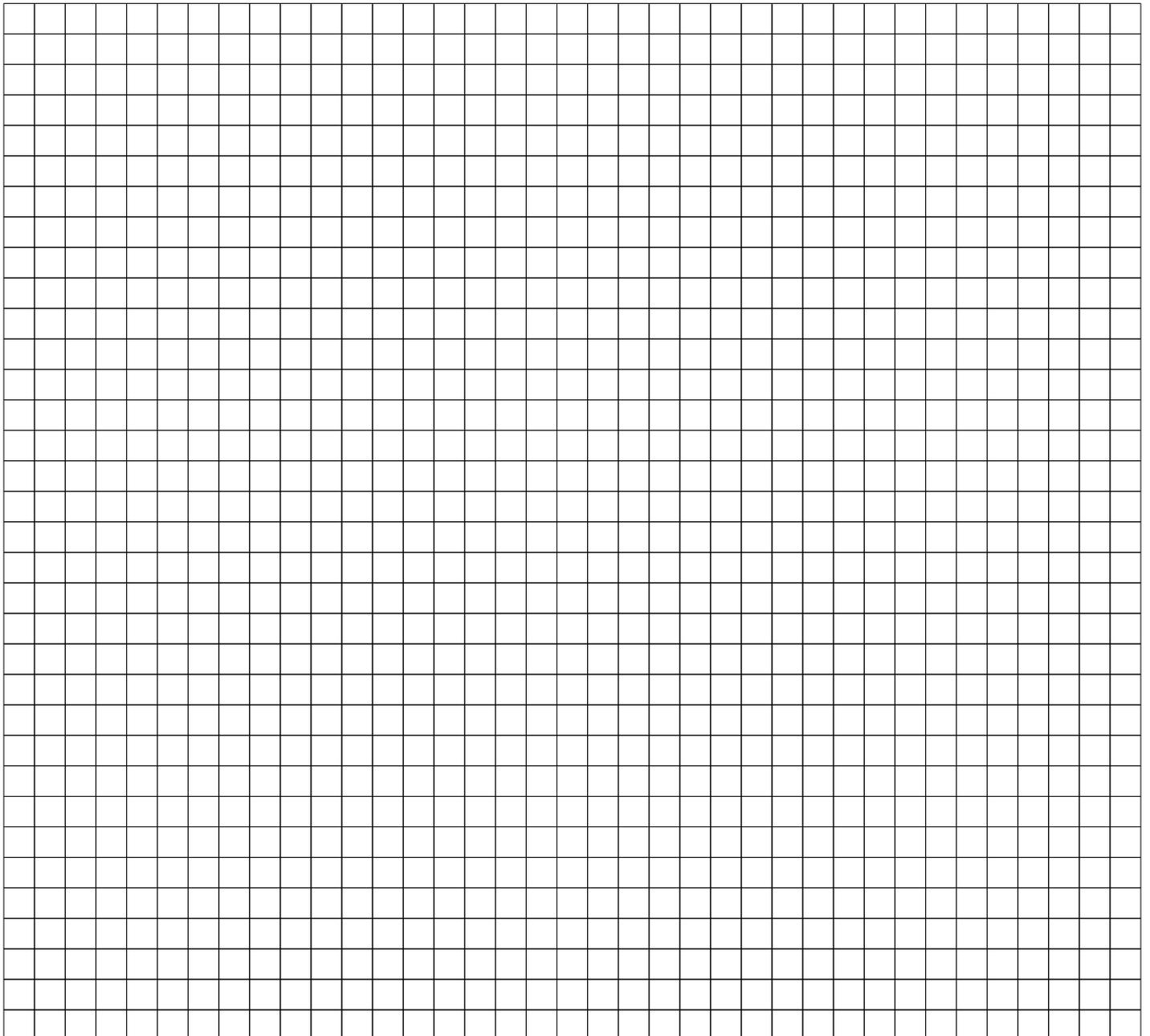
Definizione di funzione convessa. La funzione  $f(x) = \log\left(\frac{1}{x^3}\right)$  è convessa nel suo dominio di definizione?



**ESERCIZIO 2.** [7 punti]

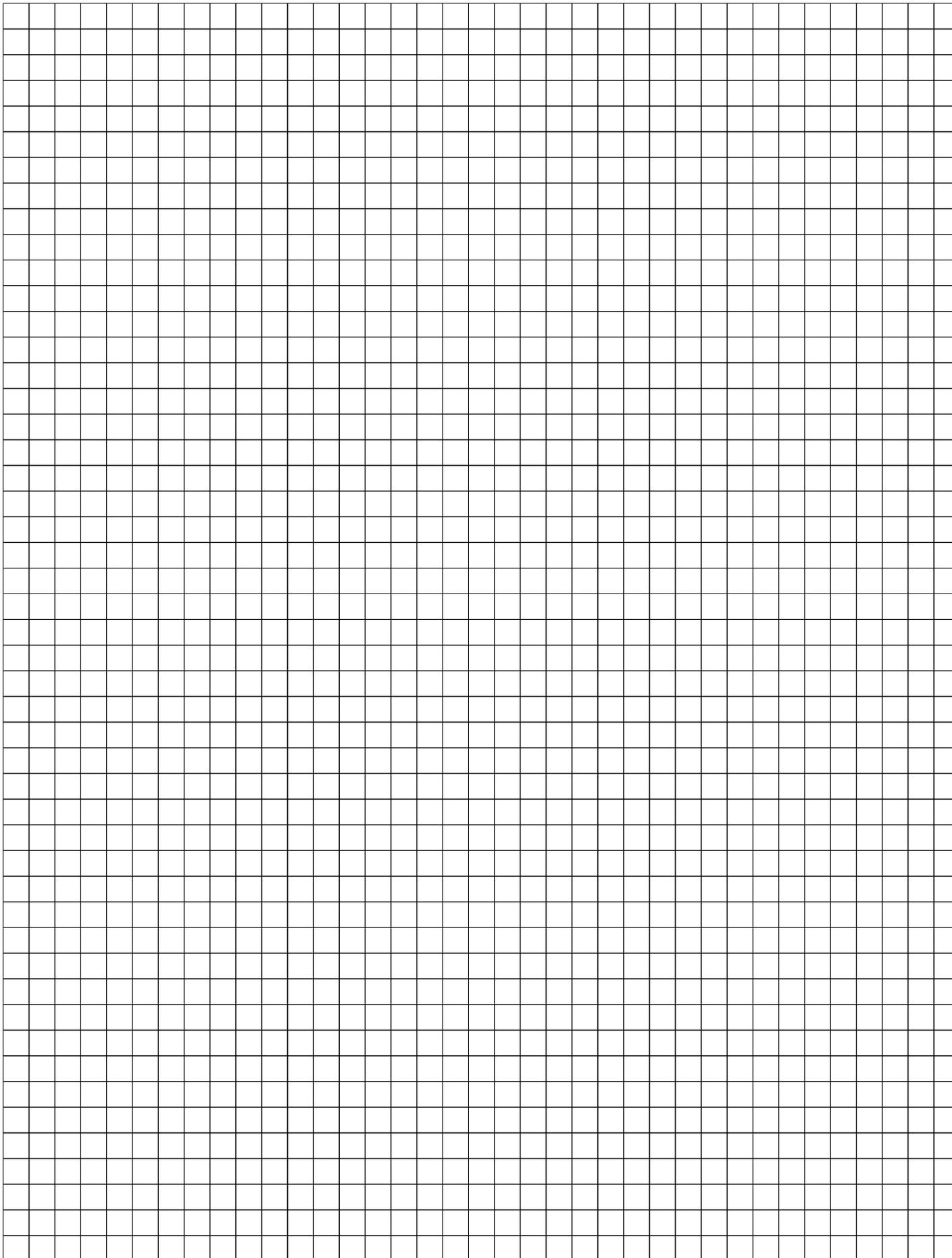
(i) Determinare la soluzione  $y(x)$  del problema di Cauchy 
$$\begin{cases} y'' - \sqrt{3}y' + y = 0 \\ y(0) = 0, y'(0) = 1 \end{cases}$$

(ii) Stabilire per quali valori del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  è verificata la condizione 
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\alpha x} y(x) = 0.$$



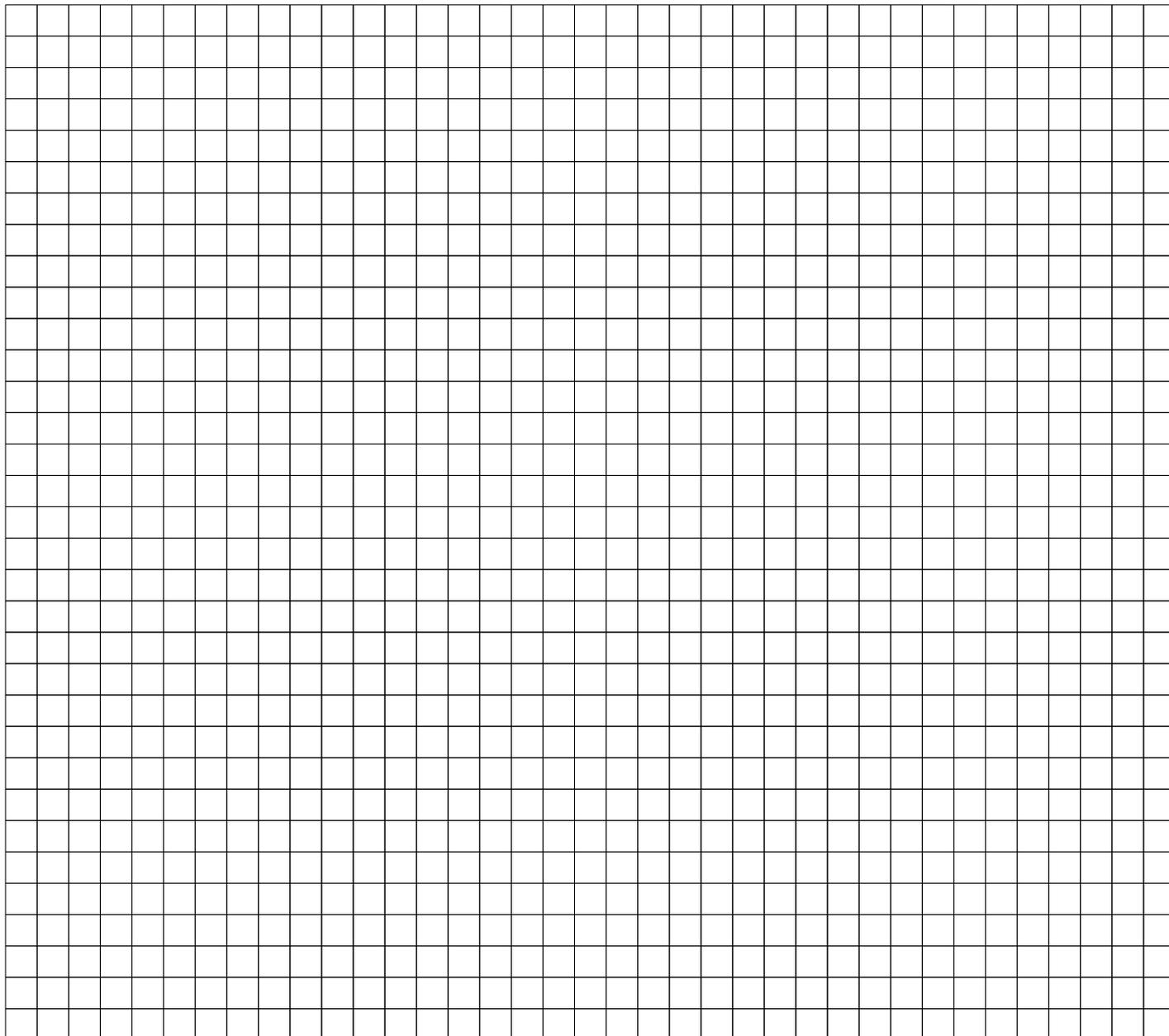
**ESERCIZIO 3.** [7 punti]

Data la funzione  $f(x) = \frac{e^{2x} + 3}{e^x - 1}$  determinare l'insieme di definizione, i limiti agli estremi del dominio, gli intervalli di monotonia ed eventuali punti di minimo e di massimo. Tracciare un grafico qualitativo della funzione. (Non è richiesto lo studio della convessità).



**ESERCIZIO 4.** [5 punti]

Determinare i valori dei parametri reali  $\alpha$  e  $\beta$  tali che  $e^{x^4} - \cos(2x) + \alpha x^2 + \beta x^4 = -\frac{5}{3}x^4 + o(x^4)$  per  $x \rightarrow 0$ .



**ESERCIZIO 5.** [4 punti]

Calcolare l'integrale  $\int_{e/3}^1 \frac{(\log(3x))^5}{x} dx$ .

