

Fondamenti di fisica generale - XI Lezione

Esercizi sulla trasmissione del calore
Trasmissione del calore nel corpo umano
e dal corpo umano

Andrea Bettucci

9 dicembre 2024

Dipartimento di Scienze di Base e Applicate per l'Ingegneria
Sapienza Università di Roma

Esercizi sulla trasmissione del calore

Esercizio 1

Quale gradiente termico vi deve essere in una sbarra di alluminio affinché trasmetta $8 \text{ cal}/(\text{s} \cdot \text{cm}^2)$ attraverso una qualsiasi sezione trasversale della sbarra? (Coefficiente di conducibilità termica dell'alluminio $0,5 \text{ cal}/(\text{s} \cdot \text{cm} \cdot ^\circ\text{C})$.)

Esercizio 1

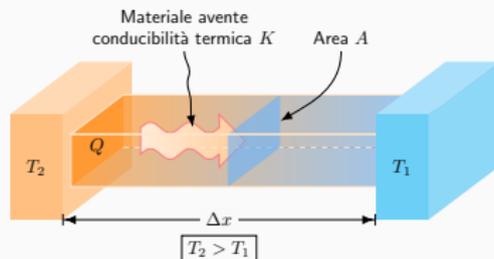
Quale gradiente termico vi deve essere in una sbarra di alluminio affinché trasmetta $8 \text{ cal}/(\text{s} \cdot \text{cm}^2)$ attraverso una qualsiasi sezione trasversale della sbarra? (Coefficiente di conducibilità termica dell'alluminio $0,5 \text{ cal}/(\text{s} \cdot \text{cm} \cdot ^\circ\text{C})$.)

$$Q = K \frac{A(T_2 - T_1)}{\Delta x} \Delta t \quad \Rightarrow \quad \frac{Q}{\Delta t} = KA \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

dove

$$\left| \frac{\Delta T}{\Delta x} \right|$$

è l'intensità del gradiente termico.



Il gradiente termico ha segno:

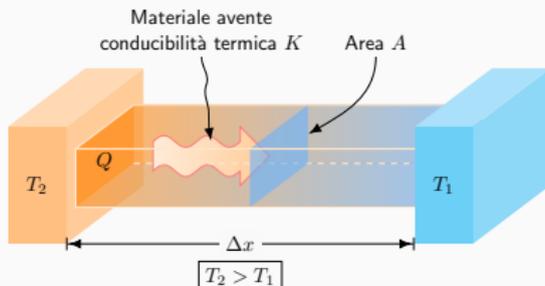
- Se T cresce con x allora $\Delta T/\Delta x > 0$: il calore fluisce nella direzione delle x negative;
- se T decresce con x allora $\Delta T/\Delta x < 0$ se il calore fluisce nella direzione delle x positive.

Per l'esercizio deve essere

$$8 \text{ cal}/(\text{s} \cdot \text{cm}^2) = 0,5 \text{ cal}/(\text{s} \cdot \text{cm} \cdot ^\circ\text{C}) \left| \frac{\Delta T}{\Delta x} \right|$$

da cui si ricava

$$\left| \frac{\Delta T}{\Delta x} \right| = 16 ^\circ\text{C}/\text{cm}.$$



Esercizio 2

Quale spessore deve avere una parete di legno per avere lo stesso isolamento termico, a parità di area e di ΔT , di una parete di mattoni spessa 8,0 cm? (Coefficiente di conducibilità termica del legno $K_\ell = 0,1 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$; coefficiente di conducibilità termica del mattone $K_m = 0,8 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$.)

Esercizio 2

Quale spessore deve avere una parete di legno per avere lo stesso isolamento termico, a parità di area e di ΔT , di una parete di mattoni spessa 8,0 cm? (Coefficiente di conducibilità termica del legno $K_\ell = 0,1 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$; coefficiente di conducibilità termica del mattone $K_m = 0,8 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$.)

$$\frac{Q}{\Delta t} = KA \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

quindi a parità di intervallo di tempo Δt , avendo le due pareti la stessa area A e lo stesso ΔT e dovendo isolare allo stesso modo (stesso Q), deve essere

$$\frac{K_\ell}{\Delta x_\ell} = \frac{K_m}{\Delta x_m}$$

avendo indicato con Δx_ℓ e Δx_m lo spessore della parete in legno e in mattoni, rispettivamente. Sostituendo i valori numerici si trova $\Delta x_\ell = 1,0 \text{ cm}$.

Esercizio 3

Tra due identiche piastre di ottone ciascuna spessa 0,5 cm è interposto uno strato di gomma spesso 0,1 cm. Una piastra di ottone è tenuta alla temperatura di 0 °C, mentre l'altra è tenuta alla temperatura di 100 °C. Si determinino le temperature della due facce dello strato di gomma in contatto con le piastre d'ottone sapendo che il coefficiente di conducibilità termica dell'ottone K_o è 490 volte maggiore di quello della gomma K_g .

Esercizio 3

Tra due identiche piastre di ottone ciascuna spessa 0,5 cm è interposto uno strato di gomma spesso 0,1 cm. Una piastra di ottone è tenuta alla temperatura di 0 °C, mentre l'altra è tenuta alla temperatura di 100 °C. Si determinino le temperature della due facce dello strato di gomma in contatto con le piastre d'ottone sapendo che il coefficiente di conducibilità termica dell'ottone K_o è 490 volte maggiore di quello della gomma K_g .

In condizione stazionarie, il flusso di calore $Q/\Delta t$ sarà costante attraverso ogni sezione parallela alle facce delle piastre; poiché l'area A dei vari strati è la stessa allora si ha:

$$Q = K \frac{A(T_2 - T_1)}{\Delta x} \Delta t \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{A} \frac{Q}{\Delta t} = K \frac{\Delta T}{\Delta x} = \text{cost.}$$

Pertanto, se T_a e T_b indicano le temperature della due facce dello strato di gomma in contatto con le piastre d'ottone con $T_b > T_a$, si può scrivere:

$$K_o \frac{100^\circ\text{C} - T_b}{0.5} = K_g \frac{(T_b - T_a)}{0.1}$$

$$K_g \frac{(T_b - T_a)}{0.1} = K_o \frac{T_a - 0^\circ\text{C}}{0.5}$$

dove $K_o = 490K_g$. Le due equazioni costituiscono un sistema nelle incognite T_a e T_b . Risolvendo il sistema si trova

$$T_b = 99^\circ\text{C} \quad \text{e} \quad T_a = 1^\circ\text{C}.$$

Esercizio 4

La superficie di un termosifone impiegato per il riscaldamento di una stanza ha un'emissività di 0,55 e una superficie di $1,5 \text{ m}^2$. (a) Qual è la potenza emessa dal termosifone quando la sua temperatura è di $T_t = 50 \text{ °C}$? (b) Qual è la potenza assorbita dal termosifone quando la temperatura dell'ambiente in cui si trova è $T_a = 22 \text{ °C}$? (c) Qual è la potenza netta irradiata dal termosifone?

Esercizio 4

La superficie di un termosifone impiegato per il riscaldamento di una stanza ha un'emissività di 0,55 e una superficie di $1,5 \text{ m}^2$. (a) Qual è la potenza emessa dal termosifone quando la sua temperatura è di $T_t = 50 \text{ °C}$? (b) Qual è la potenza assorbita dal termosifone quando la temperatura dell'ambiente in cui si trova è $T_a = 22 \text{ °C}$? (c) Qual è la potenza netta irradiata dal termosifone?

(a) La potenza emessa è:

$$P_e = \epsilon \sigma A T_t^4 = (0,55) \left(5,67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4) \right) (1,5 \text{ m}^2) (323)^4 = 509 \text{ W}.$$

(b) La potenza assorbita è:

$$P_a = \epsilon \sigma A T_a^4 = (0,55) \left(5,67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4) \right) (1,5 \text{ m}^2) (295)^4 = 354 \text{ W}.$$

(c) La potenza netta irradiata è:

$$P = P_e - P_a = 155 \text{ W}.$$

La potenza netta irradiata può essere calcolata anche tramite la relazione

$$P = \frac{Q}{\Delta t} = \epsilon\sigma A(T_1^4 - T_2^4)$$

dove $T_1 = T_t$ e $T_2 = T_a$.

Esercizio 5

Una sfera di raggio $r = 3 \text{ cm}$ ha la superficie dipinta di nero (emissività = 1: **corpo nero**). La sfera è in equilibrio termico con l'ambiente circostante e, in queste condizioni, assorbe dall'ambiente una potenza $P = 30 \text{ kW}$. Qual è la temperatura della sfera?

Esercizio 5

Una sfera di raggio $r = 3 \text{ cm}$ ha la superficie dipinta di nero (emissività = 1: **corpo nero**). La sfera è in equilibrio termico con l'ambiente circostante e, in queste condizioni, assorbe dall'ambiente una potenza $P = 30 \text{ kW}$. Qual è la temperatura della sfera?

La potenza radiante da un oggetto che si trova alla temperatura T_1 posto in un ambiente a temperatura T_2 è data da:

$$\frac{Q}{\Delta t} = \epsilon \sigma A (T_1^4 - T_2^4).$$

Poiché la sfera è in equilibrio termico con l'ambiente $T_1 = T_2$: la potenza radiante netta è nulla. **Tanta energia assorbe in un certo intervallo di tempo la sfera, altrettanta ne emette nello stesso intervallo di tempo.**

La potenza assorbita è allora

$$P = \epsilon \sigma A T_2^4 = \sigma (4\pi r^2) T_1^4.$$

$$P = \sigma(4\pi r^2)T_1^4.$$

Sostituendo i valori numerici si ha:

$$30 \times 10^3 \text{ W} = \left(5,67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)\right) 4\pi(0,03 \text{ m})^2 T_1^4$$

da cui si ricava $T_1 = 2600 \text{ K}$.

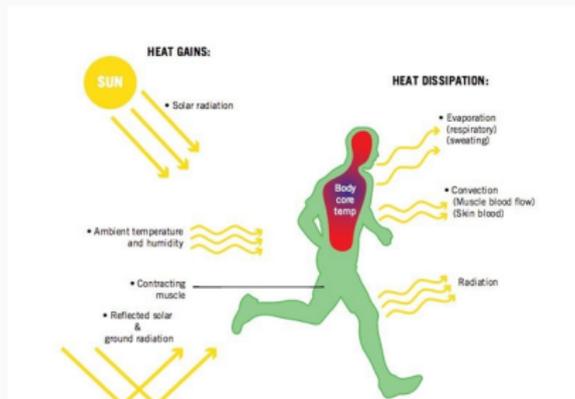
Trasmissione del calore
nel corpo umano
e dal corpo umano

- Le persone e gli altri animali a sangue caldo devono mantenere la temperatura corporea a un livello quasi costante.
- Ad esempio, la normale temperatura corporea interna di una persona è di circa 37°C . Se i meccanismi di regolazione della temperatura falliscono e la temperatura corporea supera i 44°C , le strutture proteiche vengono danneggiate in modo irreversibile. Una caduta della temperatura corporea al di sotto di circa 28°C provoca un arresto cardiaco.
- La temperatura corporea viene rilevata da centri nervosi specializzati nel cervello e da recettori sulla superficie del corpo. I vari meccanismi di raffreddamento o riscaldamento del corpo vengono quindi attivati in base alla temperatura.
- **L'efficienza dei muscoli nell'esecuzione di lavoro è al massimo del 20%: almeno l'80% dell'energia consumata nello svolgimento di un'attività fisica viene convertita in calore all'interno del corpo. Inoltre, l'energia consumata per mantenere i processi metabolici di base viene alla fine dei processi convertita tutta in calore.**

- Se questo calore non venisse eliminato, la temperatura corporea salirebbe rapidamente a un livello pericoloso.
- **Ad esempio, durante un'attività fisica moderata, un uomo di 70 kg può consumare 260 cal/h. Di questa quantità, almeno 208 cal vengono convertite in calore. Se questo calore rimanesse all'interno del corpo, la temperatura corporea aumenterebbe di 3 °C/h. Due ore di tale attività causerebbero il collasso completo.**
- Fortunatamente, il corpo possiede una serie di metodi altamente efficienti per controllare il flusso di calore fuori dal corpo, mantenendo così una temperatura interna stabile.

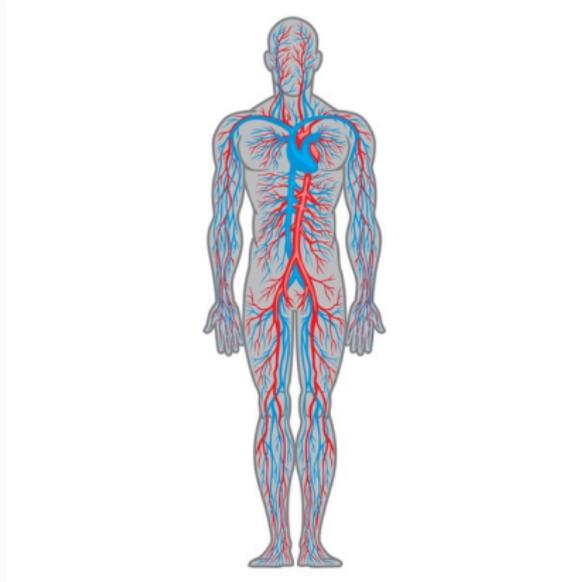


- La maggior parte del calore generato dal corpo viene prodotto in profondità nel corpo, lontano dalle superfici.
- Per essere eliminato, questo calore deve prima essere condotto alla pelle. Ma il calore fluisce da una regione all'altra solo se vi è una differenza di temperatura tra le due regioni.
- **Pertanto, la temperatura della pelle deve essere inferiore alla temperatura interna del corpo. In un ambiente caldo, la temperatura della pelle umana è di circa 34 °C. In un ambiente freddo, la temperatura di alcune parti della pelle può scendere fino a 27 °C.**



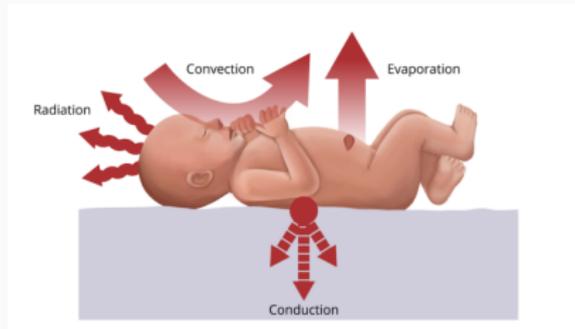
- Il tessuto del corpo, senza che il sangue lo irriga, è un cattivo conduttore. La sua conduttività termica è bassa: $K = 0,5 \times 10^{-4} \text{ kcal}/(\text{s} \cdot \text{m} \cdot ^\circ\text{C})$.
- **La semplice conduttività termica attraverso il tessuto è inadeguata per l'eliminazione del calore in eccesso generato dal corpo.**
- Fortunatamente il corpo possiede un altro metodo per trasferire il calore.

LA MAGGIOR PARTE DEL CALORE VIENE TRASPORTATA DALL'INTERNO
DEL CORPO ATTRAVERSO IL SANGUE NEL SISTEMA CIRCOLATORIO.

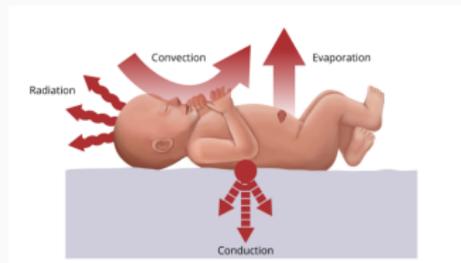


- Il calore entra nel sangue dalle cellule interne per conduzione: il trasferimento di calore per conduzione è relativamente veloce perché le distanze tra i capillari e le cellule produttrici di calore sono piccole.
- Il sistema circolatorio trasporta il sangue riscaldato vicino alla superficie della pelle. Il calore viene poi ceduto alla superficie esterna per conduzione.
- Oltre a trasportare il calore dall'interno del corpo, il sistema circolatorio controlla il grado di isolamento termico del corpo. Quando il flusso di calore fuori dal corpo è eccessivo, i capillari vicini alla superficie si restringono e il flusso sanguigno verso la superficie si riduce notevolmente.
- Poiché il tessuto senza sangue è un cattivo conduttore di calore, questa procedura fornisce uno strato termoisolante attorno al nucleo interno del corpo.

- Come si è detto, affinché il calore possa fuoriuscire dal corpo, la temperatura della pelle deve essere inferiore alla temperatura interna del corpo. Pertanto, il calore deve essere rimosso dalla pelle ad una velocità sufficiente per garantire il mantenimento di questa condizione.
- Poiché la conducibilità termica dell'aria è molto bassa, se l'aria intorno alla pelle è confinata, ad esempio tra gli indumenti, la quantità di calore rimossa per conduzione è piccola.
- **La superficie della pelle viene raffreddata principalmente per convezione, radiazione ed evaporazione.**



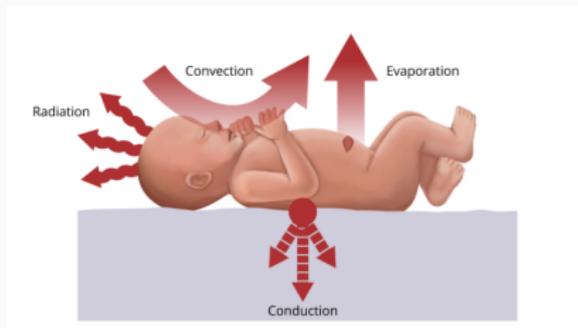
- Tuttavia, se la pelle è a contatto con un buon conduttore termico come un metallo, una quantità considerevole di calore può essere rimosso per conduzione.
- Quando la pelle è esposta all'aria aperta o ad altri fluidi, il calore viene rimosso da essa mediante correnti convettive.
- **La velocità di rimozione del calore è proporzionale alla superficie esposta e alla differenza di temperatura tra la pelle e l'aria circostante.**
- L'area esposta è generalmente inferiore alla superficie totale del corpo: per una persona nuda in piedi con le gambe unite e le braccia aderenti al corpo, circa l'80% della superficie è esposta a correnti d'aria convettive.



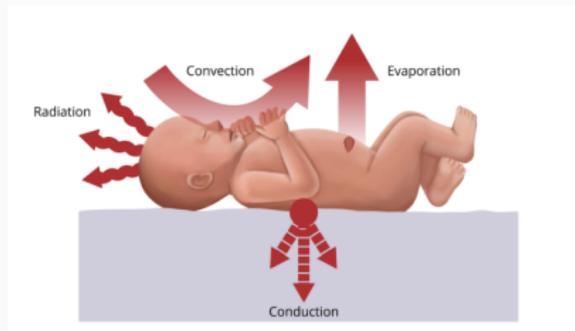
- **L'area esposta può essere ridotta rannicchiando il corpo.**
- Si noti che il calore fluisce dalla pelle all'ambiente solo se l'aria che si trova nell'ambiente è più fredda della pelle. Nel caso contrario, la pelle viene effettivamente riscaldata dal flusso d'aria convettivo: **ci si scalda le mani alitando verso di loro!**



- La pelle può disperdere calore anche irradiando energia nell'ambiente circostante, se la temperatura dell'ambiente è inferiore a quella della pelle.
- Se la superficie radiante è più calda della superficie cutanea, la pelle viene riscaldata dalle radiazioni elettromagnetiche.
- Indicativamente, una persona inizia a provare disagio a causa del calore irradiato se la differenza di temperatura tra la pelle esposta e l'ambiente radiante supera circa 6°C . Nel caso estremo, quando la pelle è illuminata dal sole o da qualche altro oggetto molto caldo come un fuoco, la pelle viene riscaldata intensamente.



- **Calore può inoltre essere disperso tramite la sudorazione**
- Il calore latente necessario all'evaporazione del sudore viene sottratto alla pelle.
- Questo meccanismo diviene via via meno efficace al crescere della temperatura e dell'umidità dell'ambiente.



Esercizio 7 della VI prova di autovalutazione

Quanto sudore deve evaporare dalla pelle di un bambino di massa $m = 5,0 \text{ kg}$ affinché la temperatura del suo corpo si riduca di $\Delta T = 2^\circ\text{C}$? (Calore latente di vaporizzazione del sudore 580 cal/g ; calore specifico del corpo umano $0,83 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^\circ\text{C})$.)

Il calore necessario per diminuire la temperatura del bambino di 2°C è

$$Q = 0,83 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^\circ\text{C})(5 \times 10^3 \text{ g})(2^\circ\text{C}) = 8300 \text{ cal}.$$

Se m_s è la massa di sudore che deve evaporare si ha

$$m(580 \text{ cal/g}) = 8300 \text{ cal} \quad \Rightarrow \quad m = 14,3 \text{ g}.$$