

Fondamenti di fisica generale - VIII Lezione

I parte - Soluzione degli esercizi della V prova di autovalutazione

Calore

II parte - Calore

Energia e corpo umano

Cambiamenti di fase

Andrea Bettucci

27 novembre 2024

Dipartimento di Scienze di Base e Applicate per l'Ingegneria
Sapienza Università di Roma

Soluzione degli esercizi della V prova di autovalutazione

Esercizio 1

Si determini la variazione di lunghezza che subisce una sbarra di rame della lunghezza 50 cm quando la temperatura varia da 12 °C a 32 °C. (Coefficiente di espansione lineare del rame $16,7 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.)

Per una sottile sbarra solida di lunghezza l_0 alla temperatura T_0 , la lunghezza l alla temperatura $T = T_0 + \Delta T$ è data dalla relazione:

$$l = l_0(1 + \alpha\Delta T).$$

Si ha perciò

$$l = l_0 + l_0\alpha\Delta T \quad \Rightarrow \quad \Delta l = l - l_0 = \alpha l_0\Delta T.$$

Sostituendo i valori numerici si trova

$$\Delta l = (16,7 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})(50 \text{ cm})(20 \text{ } ^\circ\text{C}) = 1,67 \times 10^{-3} \text{ cm}.$$

Esercizio 2

Una sottile sbarra metallica lunga 3 m subisce una variazione di lunghezza pari a 0,091 cm conseguente a una variazione di temperatura di 60 °C. Qual è il valore del coefficiente di espansione lineare del materiale di cui è costituita la sbarra?

Per la legge che regola le deformazioni lineari conseguenti alla variazioni di temperatura si ha:

$$l = l_0 + l_0\alpha\Delta T \quad \Rightarrow \quad l - l_0 = \alpha l_0\Delta T \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{l - l_0}{l_0} \frac{1}{\Delta T}.$$

Sostituendo i valori numerici si trova

$$\alpha = \frac{0,091 \times 10^{-2} \text{ m}}{3 \text{ m}} \frac{1}{60 \text{ }^\circ\text{C}} = 5,1 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}.$$

Esercizio 3

Una sottile sbarra costituita da una lega di nichel e acciaio è lunga 624,06 mm alla temperatura di 21 °C. Portando la temperatura a 31 °C, la sbarra subisce un'allungamento di 121,6 μm. Si determini: (a) la lunghezza della sbarra a 0 °C; (b) il coefficiente di espansione lineare della lega di metallica di cui è costituita la sbarra.

Se si indica con $\Delta T' = 31^\circ\text{C} - 21^\circ\text{C} = 10^\circ\text{C}$ e con $\Delta l' = 121,6 \mu\text{m}$ la conseguente variazione di lunghezza della sbarra, poiché

$$\Delta l' = l - l_0 = \alpha l_0 \Delta T,$$

il coefficiente di espansione lineare della lega di cui è costituita la sbarra vale:

$$\alpha = \frac{\Delta l'}{l_0} \frac{1}{\Delta T'} = \frac{121,6 \times 10^{-6} \text{ m}}{624,06 \times 10^{-3} \text{ m}} \frac{1}{10^\circ\text{C}} \simeq 19,5 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}.$$

È ora possibile calcolare la variazione di lunghezza della sbarra $\bar{\ell} - \ell_0$ conseguente a una variazione di temperatura $\Delta T = 0^\circ\text{C} - 21^\circ\text{C} = -21^\circ\text{C}$ essendo $\ell_0 = 624,06 \text{ mm}$ la lunghezza a 21°C e $\bar{\ell}$ la lunghezza a 0°C .

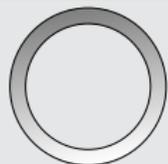
$$\bar{\ell} - \ell_0 = \alpha \ell_0 \Delta T \simeq (19,5 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1})(624,06 \times 10^{-3} \text{ m})(-21^\circ\text{C})$$

da cui

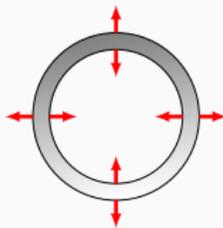
$$\bar{\ell} - \ell_0 \simeq -255 \times 10^{-6} \text{ m} \quad \Rightarrow \quad \bar{\ell} \simeq 623,80 \times 10^{-3} \text{ m} = 623,80 \text{ mm}.$$

Esercizio 4

Se si scalda in un forno un sottile anello metallico circolare, il foro dell'anello si allarga o si restringe? Spiegare la risposta.

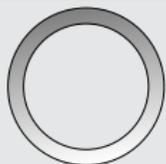


Si potrebbe pensare che il metallo, scaldandosi, si espanda sia al di fuori che all'interno del foro cosicché il diametro si riduce. Ma non è così.

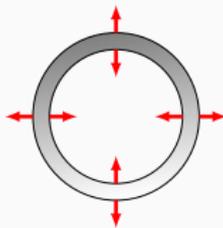


Esercizio 4

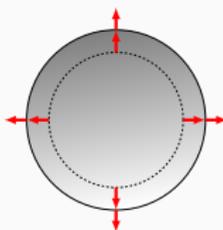
Se si scalda in un forno un sottile anello metallico circolare, il foro dell'anello si allarga o si restringe? Spiegare la risposta.



Si potrebbe pensare che il metallo, scaldandosi, si espanda sia al di fuori che all'interno del foro cosicché il diametro si riduce. Ma non è così.

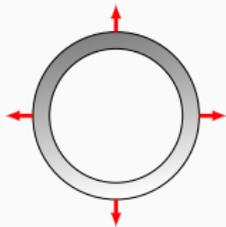
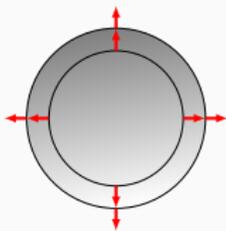


Si immagini che l'anello sia solido (come una moneta); se si disegna sopra una circonferenza tratteggiata di raggio uguale al diametro iniziale del foro dell'anello: quando la moneta si scalda il metallo all'interno della circonferenza si espande.



Si tagli il metallo da parte a parte in corrispondenza della circonferenza, ma lasciandolo al suo posto. Scaldando la moneta, come in precedenza si allargherà in diametro anche la parte centrale.

Se ora il metallo della parte centrale viene tolto, il riscaldamento della moneta provocherà sempre un aumento di diametro della parte centrale.



Esercizio 5

Un cilindro del diametro 10,0000 mm a 30 °C deve passare attraverso un foro praticato in una lastra d'acciaio, ma il foro nella piastra ha un diametro di 9,9970 mm a 30 °C. A che temperatura deve essere scaldata la piastra? (Coefficiente di espansione lineare dell'acciaio $12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.)

Per quanto visto nell'esercizio precedente, il riscaldamento della piastra causa un'allargamento del foro in essa praticato. Il foro deve subire una variazione di diametro pari a:

$$\Delta l = (10,0000 \text{ mm} - 9,9970 \text{ mm}) = 0,0030 \text{ mm}.$$

Si ha quindi:

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta T \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{\Delta l}{\alpha l_0} = 25 \text{ } ^\circ\text{C},$$

essendo $l_0 = 9,9970 \text{ mm}$. La piastra deve quindi essere scaldata alla temperatura di $30 \text{ } ^\circ\text{C} + 25 \text{ } ^\circ\text{C} = 55 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Esercizio 6

Un contenitore aperto di alluminio avente volume di 300 ml è completamente pieno di glicerina: contenitore e glicerina si trovano alla temperatura di 30 °C. Quanta glicerina trabocca dal contenitore quando il sistema glicerina e contenitore viene portato alla temperatura di 110 °C? (Coefficiente di espansione cubica dell'alluminio $7,65 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$; coefficiente di espansione cubica della glicerina $53 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.)

Il volume di glicerina che trabocca è pari alla differenza tra l'espansione di volume subita dalla glicerina ΔV_g e quella subita dal contenitore di alluminio ΔV_a , dove

$$\Delta V_g = \beta_g V \Delta T \quad \text{e} \quad \Delta V_a = \beta_a V \Delta T.$$

Si ha perciò

$$\Delta V_g - \Delta V_a = (\beta_g - \beta_a) V \Delta T = 12 \text{ ml}.$$

Esercizio 7

La densità del mercurio è $13\,600 \text{ kg/m}^3$ a 0°C . Si determini la densità del mercurio a 50°C . (Coefficiente di espansione cubica del mercurio $1,82 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.)

Sia ρ_0 la densità mercurio a 0°C , ρ_1 la densità mercurio a 50°C , V_0 il volume occupato da una massa m kg di mercurio a 0°C e V_1 il volume occupato dalla stessa massa m kg di mercurio a 50°C . Per il principio di conservazione della massa deve essere

$$\rho_0 V_0 = \rho_1 V_1 \quad \Rightarrow \quad \rho_1 = \rho_0 \frac{V_0}{V_1} = \rho_0 \frac{V_0}{V_0 + \Delta V} = \rho_0 \frac{1}{1 + \left(\frac{\Delta V}{V_0}\right)}.$$

Ma

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \beta \Delta T = (1,82 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1})(50^\circ\text{C}) = 0,0091.$$

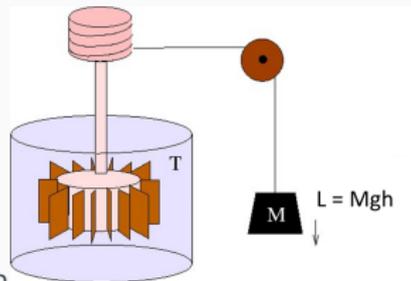
Sostituendo si trova $\rho_1 = 13\,477 \text{ kg/m}^3$.

Calore

- Quando si pongono contatto due corpi solidi a temperatura diversa, il raggiungimento dell'equilibrio termico viene interpretato dicendo che vi è un **flusso di calore dal corpo a temperatura maggiore verso quello a temperatura inferiore**.
- Storicamente il calore è stato interpretato come un fluido (il cosiddetto **calorico**) capace di passare spontaneamente dai corpi caldi a quelli freddi.
- L'unità di misura che questo modello associa al calore è la **caloria**.
- **Una caloria (cal)** è la quantità di calore che deve essere data a **1 g di acqua per innalzare al sua temperatura da $14,5^{\circ}\text{C}$ a $15,5^{\circ}\text{C}$** .
- Ancora più usata è la **chilocaloria (kcal)** paria a 1000 cal: essa rappresenta la quantità di calore che deve essere data a 1 kg di acqua per innalzare al sua temperatura da $14,5^{\circ}\text{C}$ a $15,5^{\circ}\text{C}$.

Nel XIX secolo si comprese che i fenomeni associati al passaggio di calore potevano essere coerentemente descritti in base a un altro modello che interpretava il calore in modo analogo al lavoro.

Se si ha un contenitore pieno d'acqua a temperatura T , tale temperatura può essere aumentata sia fornendo calore all'acqua (ponendo, ad esempio, il contenitore sopra un fornello acceso), oppure facendo del lavoro sull'acqua (ad esempio roteando un mulinello contenuto nell'acqua: l'attrito che si sviluppa fra le pale del mulinello e l'acqua fa innalzare la temperatura. **L'attrito è un trasformatore naturale di lavoro in calore.**



James Joule dimostrò l'equivalenza tra il lavoro compiuto su un sistema e il calore fornito al sistema.

- **Calore e lavoro sono equivalenti: una data quantità di lavoro compiuto è sempre equivalente a una data quantità di calore scambiato.**
- Ma allora perché misurare il calore in calorie?! Va misurato in joule!!
- Quantitativamente si trova che 4,186 J di lavoro sono equivalenti a 1 cal. Questo dato numerico è detto **equivalente meccanico del calore:**

$$4,186 \text{ J} = 1 \text{ cal}$$

$$4186 \text{ J} = 1 \text{ kcal}$$

- Nel sistema internazionale l'unità di misura del calore è il joule, anche se la caloria è ancora accettata.
- Il calore non è da intendersi né come una sostanza né come una forma di energia, ma come un modo di trasferire energia.
- **il calore è una forma di trasferimento di energia dovuta a una differenza di temperatura.**

- La quantità di calore Q necessaria a far variare di ΔT la temperatura di un corpo di massa m è proporzionale sia a m che a ΔT :

$$Q = cm\Delta T$$

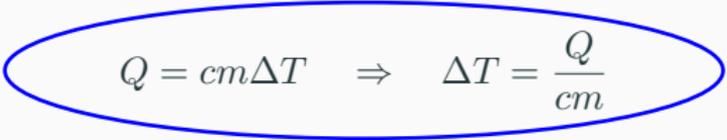
dove $c > 0$ è una grandezza caratteristica della sostanza di cui è fatto il corpo ed è detta **calore specifico**.

Sostanza	c cal/(g · °C)	c J/(g · °C)
acqua	1	4.186
alluminio	0.215	0.900
aria	0.24	1.00
rame	0.092	0.385
ferro	0.107	0.45

A parità di massa di una sostanza e della variazione di temperatura che essa subisce, minore è il suo calore specifico, minore è la quantità di calore che deve essere scambiata.

$$Q = cm\Delta T$$

- Se $\Delta T > 0 \Rightarrow Q > 0$: il calore assorbito è positivo.
- Se $\Delta T < 0 \Rightarrow Q < 0$: il calore ceduto è negativo.
- Le quantità di calore scambiate hanno segno


$$Q = cm\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{cm}$$

A parità di massa di una sostanza e della quantità di calore scambiata, maggiore è il suo calore specifico, minore è la variazione di temperatura del corpo.

Il prodotto cm si chiama **capacità termica**: a parità di quantità di calore scambiata da un corpo, maggiore è la sua capacità termica, minore è la variazione di temperatura del corpo.

Il parte

Esempio

200 cm³ di tè alla temperatura di 95 °C vengono versati in una tazza di vetro di 150 g inizialmente a 25 °C. Quale sarà la temperatura finale T_f del tè e della tazza quando sarà raggiunto l'equilibrio termico, assumendo che non fluisca calore verso l'esterno (**sistema termicamente isolato**)? (Considerare il tè come acqua; calore specifico del vetro $c_v = 840 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$.)

Poiché il sistema tè+tazza è termicamente isolato (non vi è flusso di calore da o verso l'esterno), il raggiungimento dell'equilibrio termico viene raggiunto con il calore ceduto dal tè che (si raffredda) che è in **valore assoluto** uguale al calore assorbito dalla tazza di vetro (che si riscalda). Di conseguenza, poiché i calori scambiati hanno segno si ha:

$$Q_{\text{acqua}} + Q_{\text{tazza}} = 0 \quad (1)$$

dove $Q_{\text{acqua}} < 0$ mentre $Q_{\text{tazza}} > 0$.

Se $T_{\text{acqua}} = 95^\circ\text{C}$ e $T_{\text{tazza}} = 25^\circ\text{C}$ allora

$$Q_{\text{acqua}} = c_{\text{acqua}} m_{\text{acqua}} (T_f - T_{\text{acqua}})$$

$$Q_{\text{tazza}} = c_{\text{tazza}} m_{\text{tazza}} (T_f - T_{\text{tazza}})$$

dove:

$$c_{\text{acqua}} = 4186 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$$

$$m_{\text{acqua}} = \rho_{\text{acqua}} V_{\text{acqua}} = (1 \times 10^3 \text{ kg}/\text{m}^3)(200 \times 10^{-6} \text{ m}^3) = 0,20 \text{ kg}.$$

Sostituendo i valori nell'Eq. (1) si ha la seguente equazione nell'incognita T_f :

$$(4186 \text{ J}/\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})(0,20 \text{ kg})(T_f - 95^\circ\text{C}) + (840 \text{ J}/\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})(0,15 \text{ kg})(T_f - 25^\circ\text{C}) = 0.$$

Risolviendo l'equazione si trova $T_f = 86^\circ\text{C}$.

Se $T_{\text{acqua}} = 95\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $T_{\text{tazza}} = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$ allora

$$Q_{\text{acqua}} = c_{\text{acqua}}m_{\text{acqua}}(T_f - T_{\text{acqua}})$$

$$Q_{\text{tazza}} = c_{\text{tazza}}m_{\text{tazza}}(T_f - T_{\text{tazza}})$$

dove:

$$c_{\text{acqua}} = 4186\text{ J}/(\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C})$$

$$m_{\text{acqua}} = \rho_{\text{acqua}}V_{\text{acqua}} = (1 \times 10^3\text{ kg}/\text{m}^3)(200 \times 10^{-6}\text{ m}^3) = 0,20\text{ kg}.$$

Sostituendo i valori nell'Eq. (1) si ha la seguente equazione nell'incognita T_f :

$$(4186\text{ J}/\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C})(0,20\text{ kg})(T_f - 95\text{ }^{\circ}\text{C}) + (840\text{ J}/\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C})(0,15\text{ kg})(T_f - 25\text{ }^{\circ}\text{C}) = 0.$$

Risolviendo l'equazione si trova $T_f = 86\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Perché l'acqua diminuisce la temperatura di soli $9\text{ }^{\circ}\text{C}$ mentre il vetro aumenta di temperatura di ben $61\text{ }^{\circ}\text{C}$?

Energia e corpo umano

- **La temperatura è uno dei fattori ambientali più importanti nel funzionamento degli organismi viventi.**
- Gli animali a sangue caldo (mammiferi e uccelli) hanno sviluppato metodi per mantenere la temperatura corporea interna a livelli quasi costanti. Di conseguenza, gli animali a sangue caldo sono in grado di funzionare a un livello ottimale in un ampio intervallo di temperature esterne.
- Sebbene questa regolazione della temperatura richieda ulteriori dispendi di energia, l'adattabilità ottenuta vale ampiamente questo dispendio.
- **L'energia chimica necessaria per le varie attività è ottenuta dall'ossidazione delle molecole di cibo.**

- Tutti i sistemi viventi hanno bisogno di energia per funzionare. Negli animali, questa energia viene utilizzata per far circolare il sangue, ottenere ossigeno, riparare le cellule e così via.
- Anche a riposo completo in un ambiente confortevole, il corpo ha bisogno di energia per sostenersi nelle sue funzioni vitali. Ad esempio, un uomo di 70 kg che giace tranquillamente sveglio consuma circa 70 kcal/h \simeq 80 W.

$$(1 \text{ kcal} = 4186 \text{ J} \Rightarrow 1 \text{ kcal/h} = \frac{4186 \text{ J}}{3600 \text{ s}} = 1,16 \text{ W}).$$



- La quantità di energia consumata da una persona dipende dal peso e dalla corporatura.
- Il dispendio energetico aumenta con l'attività fisica.

È stato riscontrato, tuttavia, che la quantità di energia consumata da una persona durante una determinata attività divisa per la superficie del corpo della persona è circa la stessa per la maggior parte delle persone. Di conseguenza l'energia consumata per le varie attività è solitamente espressa in $\text{kcal}/(\text{m}^2 \cdot \text{h})$ o in W/m^2 . Questo è quello che si chiama **tasso metabolico**.

Tasso metabolico per alcune attività

Attività	Tasso metabolico $\text{kcal}/(\text{m}^2 \cdot \text{h})$
dormire	35
giacere svegli	40
stare seduti	50
stare in piedi	60
camminare (5 km/h)	140
correre	600

- Per ottenere il consumo energetico totale per ora è si moltiplica il tasso metabolico per la superficie della persona (dedotta da una semplice formula noto il peso e l'altezza della persona).
- Ad esempio, la superficie di un uomo di 70 kg, alto 1,60 m è di circa $1,70 \text{ m}^2$. Il suo consumo energetico quando giace sveglio è quindi:

$$40 \text{ kcal}/(\text{m}^2 \cdot \text{h}) \times 1,70 \text{ m}^2 \simeq 70 \text{ kcal/h} = 80 \text{ W}$$

che è il valore trovato in precedenza.

- Questo consumo energetico a riposo è chiamato **metabolismo basale**.

- **L'energia chimica necessaria per le varie attività è ottenuta dall'ossidazione delle molecole di cibo.**
- Ad esempio, per ogni grammo di glucosio ingerito, circa 3,81 kcal di energia vengono rilasciate per uso metabolico.
- Il valore calorico per unità di peso è diverso da cibo a cibo. Ad esempio, in media i carboidrati (zuccheri e amidi) forniscono circa 4 kcal/g; i grassi circa 9 kcal/g; alcol circa 7 kcal/g.

Esempio

Una persona di massa $m = 60 \text{ kg}$ ha consumato un pranzo da 500 kcal . Se volesse consumare queste calorie salendo in montagna, fino a quale altezza dovrebbe salire?

Il lavoro L che la persona dovrebbe compiere è uguale alla variazione cambiata di segno dell'energia potenziale gravitazionale:

$$L = -\Delta U = mgh$$

essendo m la massa della persona e h la quota cui arriverà. L'energia del pasto equivale a: $(500 \text{ kcal})(4186 \text{ J/kcal}) = 2,1 \times 10^6 \text{ J}$. Quindi si ha:

$$h = \frac{L}{mg} = \frac{2,1 \times 10^6 \text{ J}}{(60 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)} \simeq 3600 \text{ m.}$$

Esempio

Una persona di massa $m = 60 \text{ kg}$ ha consumato un pranzo da 500 kcal . Se volesse consumare queste calorie salendo in montagna, fino a quale altezza dovrebbe salire?

Il lavoro L che la persona dovrebbe compiere è uguale alla variazione cambiata di segno dell'energia potenziale gravitazionale:

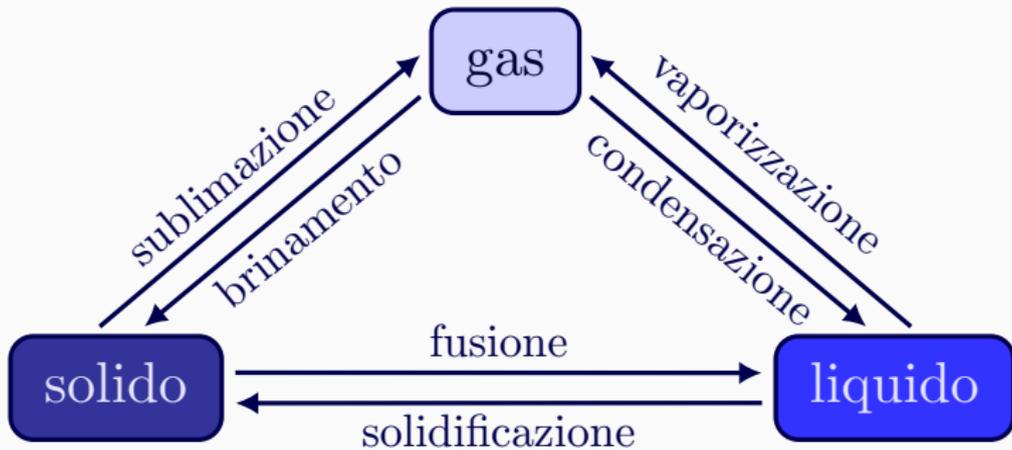
$$L = -\Delta U = mgh$$

essendo m la massa della persona e h la quota cui arriverà. L'energia del pasto equivale a: $(500 \text{ kcal})(4186 \text{ J/kcal}) = 2,1 \times 10^6 \text{ J}$. Quindi si ha:

$$h = \frac{L}{mg} = \frac{2,1 \times 10^6 \text{ J}}{(60 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)} \simeq 3600 \text{ m.}$$

Il corpo umano non trasforma l'energia del cibo con un'efficienza del 100%, ma solo del 20%. Di conseguenza, occorrerebbe salire solo $(0.2)(3600 \text{ m}) \simeq 700 \text{ m}$.

Cambiamenti di fase



- I cambiamenti di stato richiedono energia (calore) che deve essere fornito o sottratto al sistema.
- **I cambiamenti di stato avvengono a temperatura costante: il calore scambiato non fa variare la temperatura del sistema ma serve a realizzare il cambiamento di stato.**
- Il calore necessario per trasformare 1 g di sostanza dallo stato solido a quello liquido si chiama **calore latente di fusione** e viene indicato con il simbolo L_f . Ad esempio, per l'acqua $L_f \simeq 80 \text{ cal/g} \simeq 335 \text{ J/g}$.
- Il calore necessario per trasformare 1 g di sostanza dalla fase liquida a quella di vapore si chiama **calore latente di vaporizzazione** e viene indicato con il simbolo L_v . Ad esempio, per l'acqua $L_v \simeq 540 \text{ cal/g} \simeq 2260 \text{ J/g}$.
- I calori di fusione e vaporizzazione possono anche essere considerati come la quantità di calore ceduta da una sostanza quando essa si trasforma da gas a liquido o da liquido a solido.

Temperatura in funzione del calore fornito a pressione atmosferica per trasformare una massa di m grammi di ghiaccio da $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ in vapore oltre i $100\text{ }^{\circ}\text{C}$

