

Fondamenti di fisica generale - VI Lezione

I parte - Oscillazioni libere. Oscillazioni smorzate.
Oscillazioni forzate: risonanza.

II parte - Note sulla conservazione dell'energia.
Cenni di struttura della materia.
Temperatura e termometri.

Andrea Bettucci

13 novembre 2024

Dipartimento di Scienze di Base e Applicate per l'Ingegneria
Sapienza Università di Roma

I parte

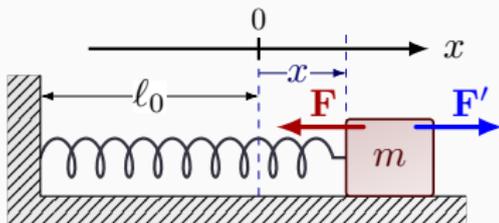
Oscillazioni libere

- Deformando la molla con una forza \mathbf{F}' , la forza \mathbf{F} che la molla esercita sulla massa è diretta lungo x tale da riportare m nella posizione O di riposo.
- Se x è piccolo, \mathbf{F} ha intensità proporzionale a x .
- La forza elastica ha espressione:

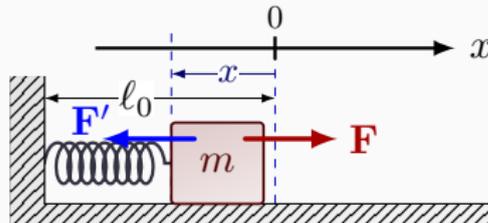
$$\mathbf{F} = -kx\mathbf{i}$$

Legge di Hooke

con $k > 0$ **costante elastica della molla** e \mathbf{i} versore dell'asse x .

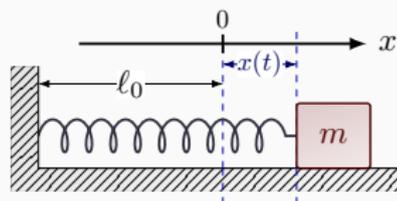


$F_x = -kx$ è negativa
poiché x è positivo



$F_x = -kx$ è positiva
poiché x è negativo

Se si rimuove la forza esterna \mathbf{F}' che ha deformato la molla, la massa m comincia a muoversi sotto l'azione della sola forza elastica $\mathbf{F}(t) = -kx(t)\mathbf{i}$.



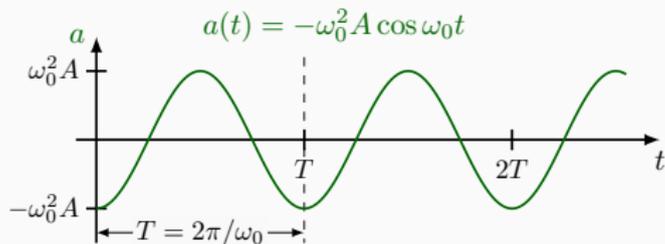
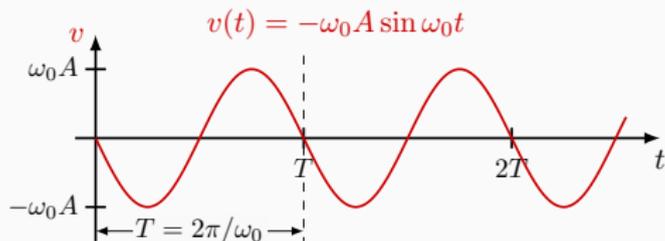
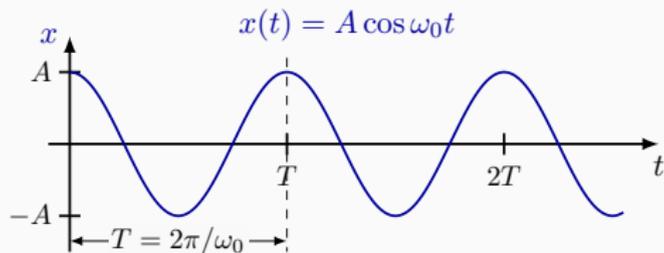
Applicando la seconda legge della dinamica alla massa m e proiettandola lungo l'asse x si ottiene:

$$-kx = m \frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x. \quad (1)$$

La massa m si muove lungo l'asse x di **moto armonico**; infatti la legge oraria del moto (la soluzione dell'Eq. (1)) è

$$x(t) = A \cos \omega_0 t$$

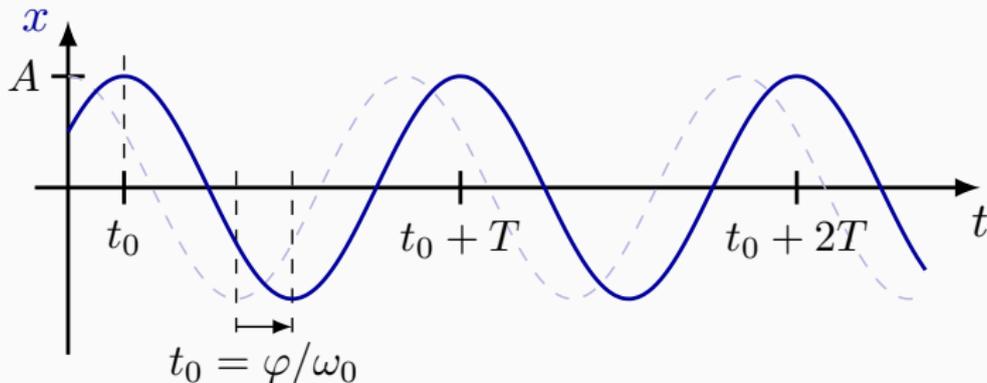
dove l'ampiezza $A = x(0)$ è pari allo spostamento iniziale della massa m .

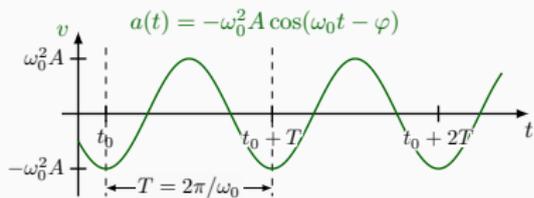
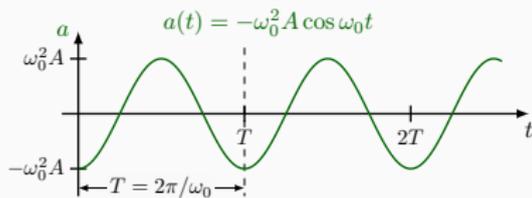
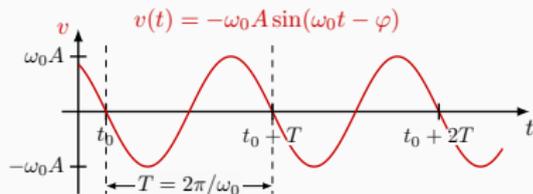
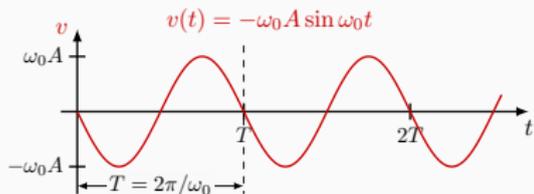
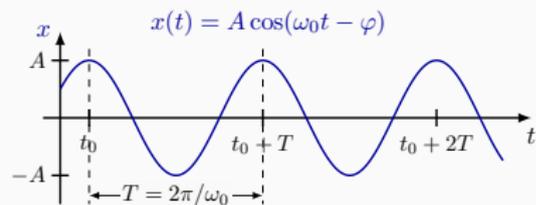
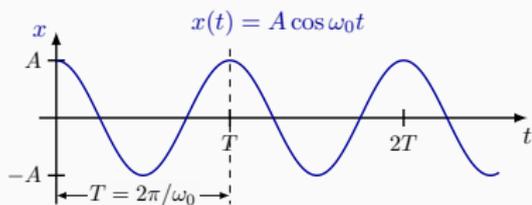


- Non è detto che all'istante $t = 0$ la massa si trovi in A con velocità nulla.
- In generale sarà (riguardate la lezione sul moto armonico!):

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t \pm \varphi)$$

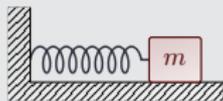
$$x(t) = A \cos(\omega_0 t - \varphi) = A \cos \omega_0 \left(t - \frac{\varphi}{\omega_0} \right)$$





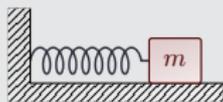
Esercizio

Una molla si allunga di $\Delta\ell = 10\text{ cm}$ quando viene appesa con un estremo attaccato al soffitto mentre all'altro estremo è agganciata una massa $m = 2\text{ kg}$. Successivamente la molla e la massa sono disposte orizzontalmente come mostrato nella figura. Quali saranno l'ampiezza di oscillazione A , la pulsazione ω_0 , la frequenza ν e il periodo del moto T della massa m se all'istante $t = 0$ essa viene spostata di $x_0 = 5\text{ cm}$ dalla posizione di equilibrio e rilasciata con velocità nulla? (Si supponga privo di attrito il piano orizzontale.)



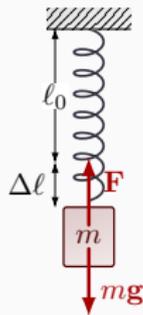
Esercizio

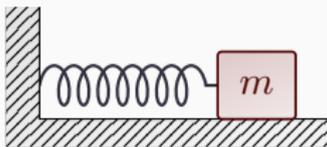
Una molla si allunga di $\Delta\ell = 10\text{ cm}$ quando viene appesa con un estremo attaccato al soffitto mentre all'altro estremo è agganciata una massa $m = 2\text{ kg}$. Successivamente la molla e la massa sono disposte orizzontalmente come mostrato nella figura. Quali saranno l'ampiezza di oscillazione A , la pulsazione ω_0 , la frequenza ν e il periodo del moto T della massa m se all'istante $t = 0$ essa viene spostata di $x_0 = 5\text{ cm}$ dalla posizione di equilibrio e rilasciata con velocità nulla? (Si supponga privo di attrito il piano orizzontale.)



Quando la molla è disposta verticalmente, l'equilibrio della massa m richiede che:

$$mg = k\Delta\ell \quad \Rightarrow \quad k = \frac{mg}{\Delta\ell} = 196\text{ N/m.}$$





Nella posizione orizzontale poiché all'istante $t = 0$ la massa m viene spostata di $x_0 = 5 \text{ cm}$ dalla posizione di equilibrio e rilasciata con velocità nulla, la legge oraria del moto, supponendo x l'asse orizzontale, è data da:

$$x(t) = x_0 \cos \omega_0 t$$

dove la pulsazione del moto è:

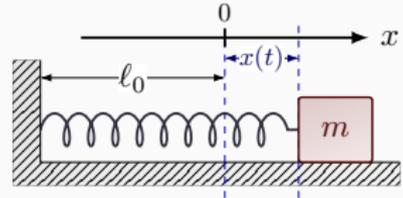
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 9,90 \text{ rad/s.}$$

La frequenza ν e il periodo del moto T sono dati rispettivamente da:

$$\nu = \frac{\omega_0}{2\pi} = 1,58 \text{ Hz} \qquad T = \frac{1}{\nu} = 0,63 \text{ s.}$$

Oscillazioni smorzate

Si supponga che il sistema massa-molla sia immerso in un fluido (liquido o gas).



- Durante il moto ($\mathbf{v} \neq 0$) di un corpo in un fluido si presentano forze dette **resistenze passive** che sono opposte alla velocità: tali forze si oppongono al moto.
- Per basse velocità (regime viscoso) la resistenza passiva risulta proporzionale alla velocità:

$$\mathbf{F}_{\text{res}} = -b\mathbf{v}$$

dove il coefficiente b ($b > 0$) dipende dalla natura del fluido e dalla geometria del corpo.

In tal caso il secondo principio della dinamica per la massa m assume la seguente forma:

$$-b \frac{dx}{dt} - kx = m \frac{d^2x}{dt^2}.$$

Nel caso di piccoli coefficienti di smorzamento b ($b^2 < 4mk$) la soluzione dell'equazione è

$$x(t) = Ae^{-\frac{b}{2m}t} \cos(\omega'_0 t + \varphi)$$

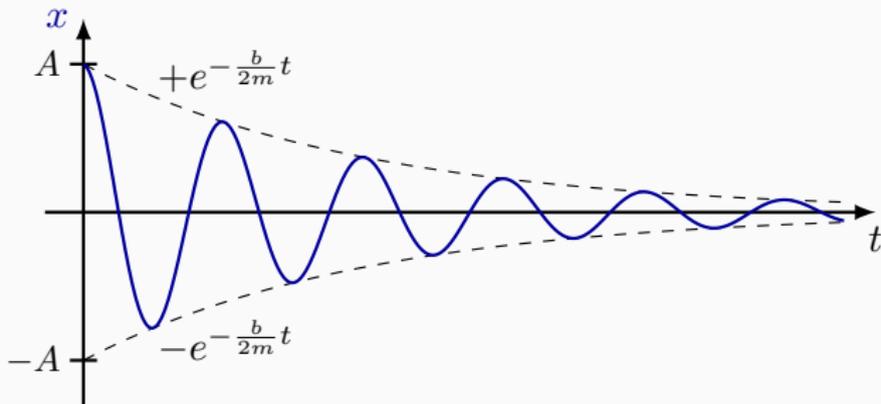
con

$$\omega'_0 = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$$

dove l'angolo di fase φ è stabilito in base alle condizioni iniziali del moto.

$$x(t) = Ae^{-\frac{b}{2m}t} \cos(\omega'_0 t + \varphi)$$

La massa oscilla attorno alla posizione di riposo ($x = 0$), ma le deviazioni massime di ciascuna oscillazione si vanno attenuando con legge esponenziale: si è in presenza di **oscillazioni smorzate**.



Se la viscosità del mezzo cresce ($b^2 \geq 4mk$) il moto non è più oscillatorio, ma decresce esponenzialmente a partire dal valore di ampiezza iniziale $x(t = 0) = A$ fino alla posizione di riposo $x = 0$.

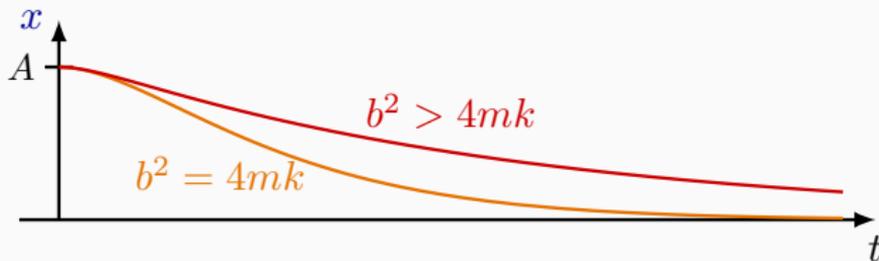
Si presentano due casi:

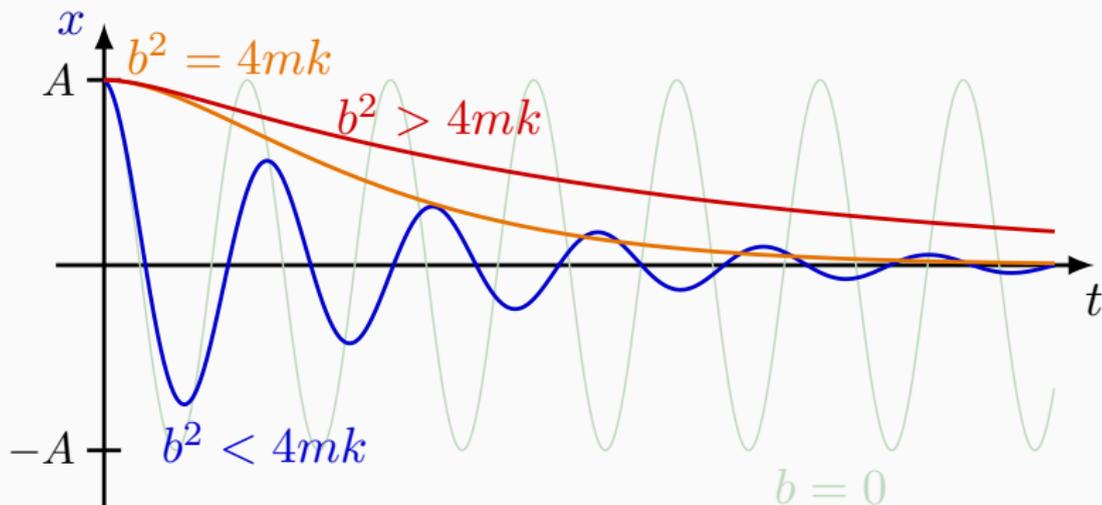
Oscillatore sovrasmorzato $b^2 > 4mk$

È la condizione che si verifica quando il sistema è immerso in un mezzo denso e viscoso come un olio.

Smorzamento critico $b^2 = 4mk$.

È la condizione per la quale la massa m raggiunge più rapidamente la posizione di equilibrio ($x = 0$) senza oscillare.



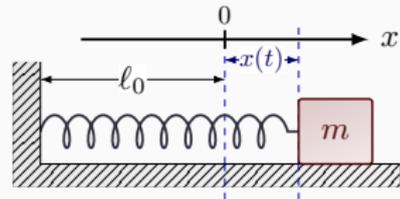


Oscillazioni forzate: risonanza

Si supponga che il sistema massa-molla oltre a essere immerso in un fluido che esercita una forza di resistenza passiva proporzionale alla velocità, sia soggetto anche a una forza nella direzione x che varia sinusoidalmente nel tempo con pulsazione ω .

Il II principio della dinamica assume ora la seguente forma:

$$-b \frac{dx}{dt} - kx + F \cos \omega t = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$



Si supponga che il sistema massa-molla oltre a essere immerso in un fluido che esercita una forza di resistenza passiva proporzionale alla velocità, sia soggetto anche a una forza nella direzione x che varia sinusoidalmente nel tempo con pulsazione ω .

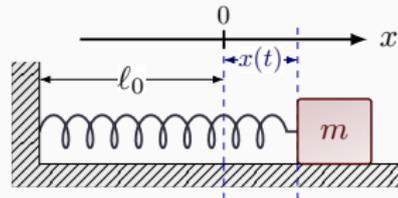
Il principio della dinamica assume ora la seguente forma:

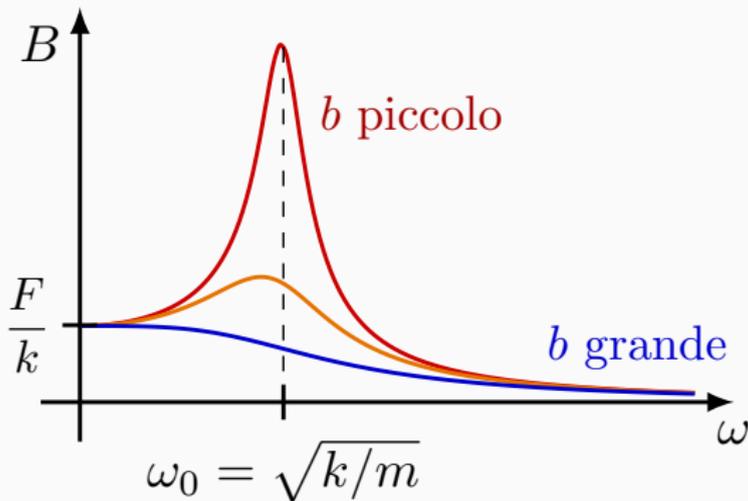
$$-b \frac{dx}{dt} - kx + F \cos \omega t = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

Considerando tempi lunghi (**condizione di regime**) il moto della massa m è oscillatorio con una pulsazione eguale a quella della forza esterna e con un'ampiezza proporzionale alla forza F

$$x(t) = BF \cos(\omega t - \varphi)$$

dove sia B che φ dipendono da ω .





- Il presentarsi di un massimo nell'ampiezza di oscillazione che, secondo i valori di b , può essere varie volte maggiore di F/k costituisce il fenomeno della **risonanza meccanica**.
- Fenomeni di risonanza si hanno anche in altri sistemi capaci di oscillare, quali circuiti elettrici, sistemi atomici, ecc., se vengono forzati armonicamente.

RISONANZA MAGNETICA NUCLEARE

Il parte

Nota sulla conservazione dell'energia

- **Energia: capacità di una forza o, più in generale di un sistema, di compiere lavoro**
- Energia cinetica $E_c = 1/2mv^2$.
- Energia potenziale E_p (solo per forze conservative).
- Energia meccanica $E_m = E_c + E_p$.

Vi sono altre forme di energia oltre all'energia meccanica; ad esempio:

- Elettrica.
- Chimica.
- **Termica.**
- Nucleare.

La variazione di energia meccanica di un sistema è uguale al lavoro delle forze non conservative: $\Delta E_m = L_{nc}$ (1).

- È possibile osservare sperimentalmente che tutte le volte che forze non conservative compiono un lavoro mentre un corpo si sposta, si presenta qualche altro processo concomitante nel sistema fisico di cui il corpo fa parte, come per esempio produzione di calore, di onde sonore, separazione di cariche elettriche ecc.: in tali processi si possono riconoscere altre energie (termica, elettrica, chimica ecc.) la cui variazione fra le posizioni iniziale e finale del corpo sembra corrispondere perfettamente al lavoro compiuto dalle forze non conservative.
- Se si introducono questi altri tipi di energia, il primo membro della (1) può ancora esprimersi mediante variazioni di energia che accompagnano il passaggio del punto fra la posizione iniziale 1 e quella finale 2. È logico allora portare questi termini nel primo, quello dell'energia meccanica, e scrivere:

$$\Delta E_m + \text{variazioni di altri tipi di energia} = 0.$$

Di conseguenza, indicando con E_{tot} la somma di tutte le energie possedute dal punto materiale, o presenti nell'ambiente per effetto dell'interazione con questo, e che chiamiamo **energia totale** in corrispondenza a uno stato di un sistema, si potrà scrivere:

$$E_{\text{tot}} = \text{costante.}$$

È questa una delle leggi fondamentali della fisica classica, quella della **conservazione dell'energia**: in un qualsiasi processo durante il quale azioni di vario genere si esercitano su un sistema, l'energia può trasformarsi da una forma in un'altra ma non può essere creata né distrutta: **l'energia totale resta costante.**

Cenni di struttura della materia

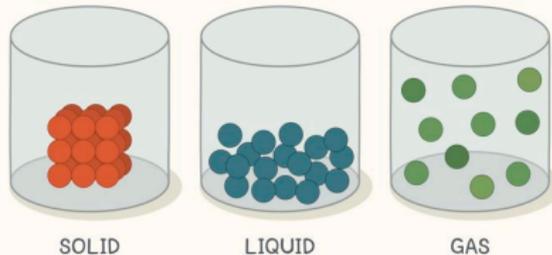
STATI DI AGGREGAZIONE DELLA MATERIA

SOLIDI Corpi dotato di volume e forma propria.

LIQUIDI Caratterizzati dall'averne un volume proprio e una forma che dipende dal recipiente che li contiene.

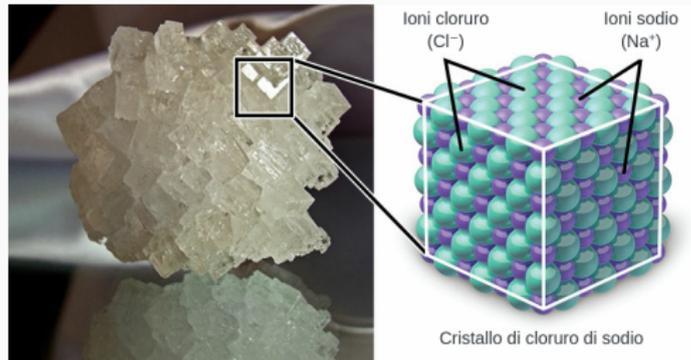
GAS Assumono forma e volume del recipiente che li contiene.

La differenza tra questi tre stati della materia nasce dalla loro struttura microscopica, ovvero tra le forze di interazione (di natura elettrica) tra gli atomi e le molecole costituenti.



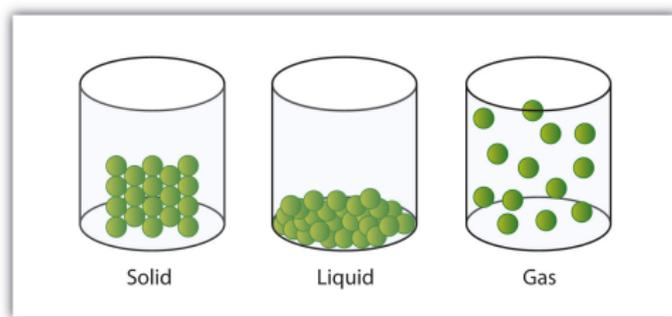
SOLIDI

In un solido le forze attrattive sono abbastanza forti da far sì che gli atomi e le molecole si muovano solo *leggermente* (oscillino) intorno a posizione più o meno fisse, spesso ordinate in una disposizione regolare chiamata reticolo cristallino.



FLUIDI (LIQUIDI E GAS)

- Nei **liquidi**, gli atomi e le molecole si muovono più liberamente e sono liberi di scorrere giacché le forze di interazione tra atomi e molecole sono più deboli rispetto a quelle di un solido.
- Nei **gas**, le forze tra le molecole sono così deboli, o le velocità così elevate, che le molecole non sono neppure vicine: esse si muovono rapidamente in tutte le direzioni riempiendo tutto un contenitore.



Temperatura e termometri

TEMPERATURA

- L'introduzione della grandezza fisica temperatura è suggerita dalle sensazioni che si provano toccando corpi diversi: uno di essi può apparire *più caldo* di un altro. Questa valutazione tattile è naturalmente soggettiva, poco precisa, suscettibile d'errori grossolani legati allo stato dell'osservatore, applicabile solo in certe condizioni fisiche dei corpi.
- I **termometri** sono gli strumenti con i quali si misura la temperatura
- Vi sono diversi tipi di termometri, ma il loro principio di funzionamento si basa sempre su una qualche proprietà della materia che cambia con la temperatura (**proprietà termometrica**)
- Ad esempio, I termometri più comuni si basano sull'espansione di un materiale (**sostanza termometrica**) in corrispondenza del suo riscaldamento (aumento di temperatura).

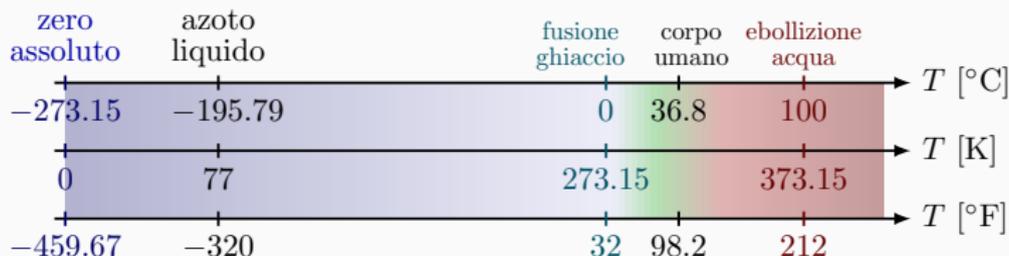
Nei termometri a liquido, ad esempio, quando la temperatura aumenta, il liquido si espande più del tubo di vetro in cui è contenuto, cosicché il livello del liquido nel tubo cresce.



- Per definire in maniera quantitativa la temperatura occorre definire una scala numerica adeguata.
- La scala più comunemente utilizzata è la **scala centigrada** detta anche scala **Celsius**.
- Un modo per definire una scala delle temperature è assegnare due valori distinti e convenzionali di temperatura a due diversi stati termici facilmente riproducibili.
- Per la scala centigrada questi due stati termici sono il punto di congelamento e quello d'ebollizione dell'acqua entrambi a pressione atmosferica: a essi si è convenuto assegnare i valori 0°C e 100°C (gradi centigradi o gradi Celsius $^{\circ}\text{C}$.)

- Negli Stati Uniti viene impiegata la **scala Fahrenheit** (gradi Fahrenheit °F.)
- In ambito scientifico viene utilizzata la **scala delle temperature assolute** (detta anche scala termodinamica delle temperature) la cui unità di misura è il **grado kelvin** (K). Tale scala delle temperature è indipendente dalla sostanza termometrica impiegata.
- La temperatura assoluta T è legata a quella centigrada t dalla relazione

$$T = 273,15 + t$$



EQUILIBRIO TERMICO

È possibile misurare la temperatura di un corpo tramite un termometro perché due corpi che si trovano a temperature diverse se posti a contatto alla fine raggiungeranno la stessa temperatura