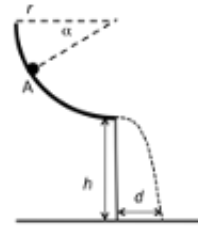




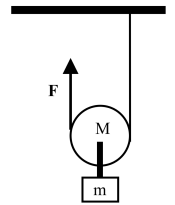
Prova di esame del 6 Giugno 2024 - TESTO PROVA DI ESAME
I APPELLO – a.a. 2023-24

Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente.

1. Un punto materiale di massa $m = 0.2$ kg viene lasciato cadere con velocità iniziale nulla dalla sommità di uno scivolo liscio che ha il profilo di un quarto di circonferenza con raggio $r = 30$ cm. L'uscita dello scivolo è ad un'altezza h dal suolo. Determinare:
- il modulo della reazione vincolare R quando il punto transita per A ($\alpha = 30^\circ$);
 - la distanza d sul suolo, dal punto sulla verticale che passa sulla fine dello scivolo, in cui il punto cade dopo aver abbandonato lo scivolo ($h=1$ m).



2. Una puleggia, disco omogeneo di raggio R e di massa $M = 1.5$ kg, è collegata come in figura. All'estremità libera della fune viene applicata una forza $F = 12$ N. A quale accelerazione viene sottoposto il corpo di massa $m = 500$ g collegato tramite un'asta rigida sottile priva di massa alla puleggia? La fune è arrotolata intorno alla puleggia e si muove solidalmente ad essa senza slittare.



3. Una sfera omogenea di diametro D e densità $\rho = 0.33$ g/cm³, immersa in acqua, si muove verticalmente a velocità costante di modulo $v = 3.5$ m/s in presenza di attrito viscoso pari a $F = -\gamma v$. Determinare il rapporto k definito secondo l'equazione $k = \gamma / D^3$.
4. Una mole di gas perfetto è contenuta in un cilindro con pistone diatermico, inizialmente bloccato da un fermo. Il gas è in equilibrio termico con l'ambiente a temperatura $T_A = 25^\circ\text{C}$ e a pressione doppia di quella atmosferica. Il fermo si rompe improvvisamente rendendo il pistone libero di muoversi. Il gas raggiunge un nuovo stato di equilibrio B, a partire dal quale viene poi riportato al volume iniziale (stato di equilibrio C) mediante una trasformazione isoterma reversibile. Determinare il calore scambiato dal gas per passare da A a C.
5. Un cilindro diatermico è chiuso da un pistone scorrevole e in esso sono contenute 2 moli di un gas perfetto monoatomico in equilibrio termodinamico (stato iniziale A). L'ambiente esterno si trova a $T=300$ K. Il gas viene quindi compresso molto bruscamente fino a dimezzarne il volume e raggiunge, successivamente, uno stato finale B di equilibrio cedendo all'ambiente una quantità di calore $Q=4500$ J. Per la trasformazione A->B tra i due stati di equilibrio, si calcoli il lavoro, la variazione di entropia del gas e quella dell'ambiente. Si trascuri ogni attrito e si consideri adiabatica la brusca compressione, in ragione della sua brevità.

Rispondere facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

T1. Ricavare l'espressione dell'energia meccanica di un oscillatore armonico.

T2. Spiegare perché un gas perfetto ha un'energia interna funzione solo della temperatura.



E1. a) L'energia si conserva e nel punto A si ha:

$$- mgsen\alpha = ma_n = m\frac{v}{r}$$

$$mgr \sin\alpha = \frac{1}{2}mv^2$$

$$R = 2 mg \sin\alpha + mg \sin\alpha = 3m\sin\alpha \approx 3N$$

b) Dopo che il corpo abbandona lo scivolo, si ha sempre conservazione dell'energia e il moto diventa parabolico.

$$\text{Al momento del distacco: } mgr = \frac{1}{2}mv_{ox}^2 \Rightarrow v_{ox} = \sqrt{2gr} = 2.43 \text{ m/s}$$

$$\text{Essendo } d = v_{ox} t_c \text{ e } h = \frac{1}{2}gt_c^2 \text{ si ha che } t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0.45 \text{ s} \Rightarrow d = 1.1 \text{ m}$$

E2. Scegliendo come polo l'asse passante il centro della puleggia, si ha:

$$-RF + RN = -I_0 a/R \text{ e dalla I equazione cardinale: } F + N - (M+m)g = (M+m)a.$$

Considerando il momento di inerzia della puleggia rispetto al centro si ottiene:

$$a = [2F - (M+m)g] / (m + 3/2 M) = 1.6 \text{ m/s}^2$$

E3. Scegliendo come verso positivo quello con l'asse z orientato verso l'alto ed imponendo

$$\text{un moto a velocità costante: } 4/3\pi (D/2)^3 \rho g - 4/3\pi (D/2)^3 \rho g - \gamma v = M a = 0.$$

$$\text{Se ne ricava } \gamma / D^3 = 1/3 \pi \rho g / v = 987 \text{ kg m}^{-3} \text{ s}^{-1}$$

E4. Negli stati A, B e C la temperatura è la stessa e quindi non c'è variazione di energia interna nelle trasformazioni considerate. Il calore per entrambe le trasformazioni è uguale al lavoro compiuto dal gas. La trasformazione AB è irreversibile, ma avviene contro la pressione esterna costante. Inizialmente il gas occupa un volume $V_A = nRT_A/2P_{atm}$ mentre dopo l'espansione il volume raddoppia essendo $V_B = nRT_A/P_{atm}$. Quindi sulla trasformazione AB si ha che: $Q_{AB} = P_{atm}(V_B - V_A) = P_{atm} \frac{nRT_A}{2P_{atm}} = nRT_A/2$

La trasformazione BC è isoterma reversibile $Q_{BC} = nRT_A \ln(V_C/V_B) = -nRT_A \ln(2)$

Il calore complessivamente scambiato è: $Q = Q_{AB} + Q_{BC} = nRT_A(1/2 - \ln(2))$

da cui si ottiene **Q = - 478 J** (negativo, quindi complessivamente ceduto....)

E5. $T_A = T_B = T_{ambiente} \Rightarrow \Delta U = 0 = Q - L \Rightarrow L = 4500 J$

$$\Delta S_{gas} = nc_V \ln \ln \frac{T_B}{T_A} + nR \ln \ln \frac{V_B}{V_A} = -11.5 J/K$$

$$\Delta S_{ambiente} = \frac{Q}{T_{amb}} = 15 J/K$$