

Fondamenti di fisica generale - II lezione

I parte - Soluzione degli esercizi
della I prova di autovalutazione

II parte- Moto circolare uniforme

Andrea Bettucci

16 ottobre 2024

Dipartimento di Scienze di Base e Applicate per l'Ingegneria
Sapienza Università di Roma

I parte

Soluzione degli esercizi della I prova di autovalutazione

Esercizio 1

Uno spostamento di 20 m viene eseguito nel piano xy . Si determinino le componenti dello spostamento lungo l'asse x e y se la direzione dello spostamento forma con la direzione positiva dell'asse delle x un angolo di: (a) 70° ; (b) 120° ; (c) 250° .

Esercizio 1

Uno spostamento di 20 m viene eseguito nel piano xy . Si determinino le componenti dello spostamento lungo l'asse x e y se la direzione dello spostamento forma con la direzione positiva dell'asse delle x un angolo di: (a) 70° ; (b) 120° ; (c) 250° .

$$x = r \cos \theta \quad y = r \sin \theta \quad r = 20 \text{ m}$$

$$(a) \quad x = (20 \text{ m})(\cos 70^\circ) = 6,8 \text{ m}$$

$$y = (20 \text{ m})(\sin 70^\circ) = 18,8 \text{ m}$$

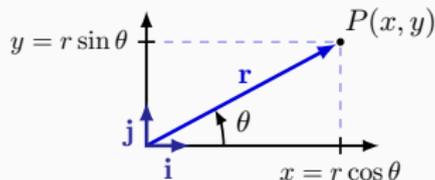
$$(b) \quad x = (20 \text{ m})(\cos 120^\circ) = -10,0 \text{ m}$$

$$y = (20 \text{ m})(\sin 120^\circ) = 17,3 \text{ m}$$

$$(c) \quad x = (20 \text{ m})(\cos 250^\circ) = -6,8 \text{ m}$$

$$y = (20 \text{ m})(\sin 250^\circ) = -18,8 \text{ m}$$

Componenti di un vettore



$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Esercizio 2

Si determini l'intensità e la direzione della somma dei due seguenti spostamenti complanari: 20 m a 0° e 10 m a 120° , dove gli angoli sono calcolati rispetto alla direzione positiva dell'asse delle x .

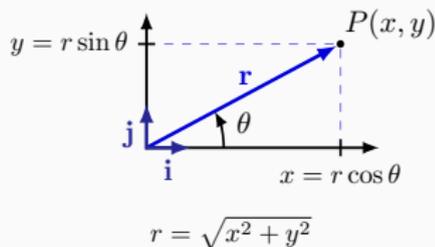
Esercizio 2

Si determini l'intensità e la direzione della somma dei due seguenti spostamenti complanari: 20 m a 0° e 10 m a 120° , dove gli angoli sono calcolati rispetto alla direzione positiva dell'asse delle x .

Scomponendo ciascuno spostamento nelle sue componenti lungo l'asse x e y , il vettore somma ha componenti:

$$x = (20 \text{ m})(\cos 0^\circ) + (10 \text{ m})(\cos 120^\circ) = 15,0 \text{ m}$$

$$y = (20 \text{ m})(\sin 0^\circ) + (10 \text{ m})(\sin 120^\circ) = 8,7 \text{ m}$$



$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = 17,3 \text{ m} \qquad \tan \theta = \frac{8,7 \text{ m}}{15,0 \text{ m}} \Rightarrow \theta = 30^\circ.$$

Esercizio 3

Una stanza ha il pavimento lungo 5 m e largo 6 m con il soffitto che si trova a 3 m dal pavimento. Si scriva l'espressione del vettore \mathbf{D} che va da uno spigolo a quello diagonalmente opposto e se ne determini la sua lunghezza.

Esercizio 3

Una stanza ha il pavimento lungo 5 m e largo 6 m con il soffitto che si trova a 3 m dal pavimento. Si scriva l'espressione del vettore **D** che va da uno spigolo a quello diagonalmente opposto e se ne determini la sua lunghezza.

Ponendo l'origine di un sistema di riferimento xyz in uno spigolo, lo spigolo diagonalmente opposto avrà coordinate:

$$x = 5 \text{ m} \qquad y = 6 \text{ m} \qquad z = 3 \text{ m}.$$

Di conseguenza, si ha:

$$\mathbf{D} = 5\mathbf{i} + 6\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$$

e

$$D = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 8,4 \text{ m}.$$

Esercizio 4

Si determini il prodotto scalare tra i vettori \mathbf{i} , \mathbf{j} e \mathbf{k} degli assi x , y e z .

Esercizio 4

Si determini il prodotto scalare tra i versori \mathbf{i} , \mathbf{j} e \mathbf{k} degli assi x , y e z .

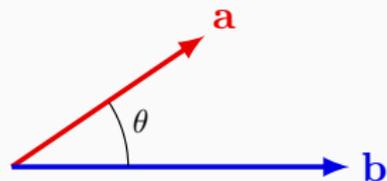
Poiché i versori \mathbf{i} , \mathbf{j} e \mathbf{k} hanno modulo unitario e sono mutuamente perpendicolari, si ha:

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = 1$$

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{i} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = 0$$

Prodotto scalare di due vettori

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = ab \cos \theta$$



$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a}$$

Esercizio 5

La posizione di una particella che si muove nello spazio è data da:

$$\mathbf{r}(t) = [(5,0 \text{ m/s})t + (6,0 \text{ m/s}^2)t^2] \mathbf{i} + [(7,0 \text{ m}) - (3,0 \text{ m/s}^3)t^3] \mathbf{j}$$

dove r è espresso in metri e il tempo t in secondi, essendo \mathbf{i} e \mathbf{j} i versori degli assi x e y , rispettivamente. Si determini: (a) la posizione della particella nell'istante $t = 0$ nel quale ha inizio il moto; (b) lo spostamento della particella nell'intervallo compreso tra $t_1 = 2,0 \text{ s}$ e $t_2 = 3,0 \text{ s}$; (c) la velocità e l'accelerazione della particella in funzione del tempo; (d) la velocità e l'accelerazione della particella all'istante $t_2 = 3,0 \text{ s}$.

Esercizio 5

La posizione di una particella che si muove nello spazio è data da:

$$\mathbf{r}(t) = [(5,0 \text{ m/s})t + (6,0 \text{ m/s}^2)t^2] \mathbf{i} + [(7,0 \text{ m}) - (3,0 \text{ m/s}^3)t^3] \mathbf{j}$$

dove r è espresso in metri e il tempo t in secondi, essendo \mathbf{i} e \mathbf{j} i versori degli assi x e y , rispettivamente. Si determini: (a) la posizione della particella nell'istante $t = 0$ nel quale ha inizio il moto; (b) lo spostamento della particella nell'intervallo compreso tra $t_1 = 2,0 \text{ s}$ e $t_2 = 3,0 \text{ s}$; (c) la velocità e l'accelerazione della particella in funzione del tempo; (d) la velocità e l'accelerazione della particella all'istante $t_2 = 3,0 \text{ s}$.

(a) Per $t = 0$ il vettore posizione della particella è dato da:

$$\mathbf{r}(0) = (7,0 \text{ m})\mathbf{j} \quad \Rightarrow \quad x = 0 \quad y = 7,0 \text{ m} \quad z = 0.$$

(b) Nell'istante $t_1 = 2,0\text{ s}$ il vettore posizione della particella è:

$$\mathbf{r}(t_1) = [(5,0\text{ m/s})(2,0\text{ s}) + (6,0\text{ m/s}^2)(2,0\text{ s})^2] \mathbf{i} + [(7,0\text{ m}) - (3,0\text{ m/s}^3)(2,0\text{ s})^3] \mathbf{j}$$

e quindi

$$\mathbf{r}(t_1) = (34\text{ m})\mathbf{i} - (17\text{ m})\mathbf{j}$$

Il vettore posizione della particella nell'istante $t_2 = 3,0\text{ s}$ è:

$$\mathbf{r}(t_2) = [(5,0\text{ m/s})(3,0\text{ s}) + (6,0\text{ m/s}^2)(3,0\text{ s})^2] \mathbf{i} + [(7,0\text{ m}) - (3,0\text{ m/s}^3)(3,0\text{ s})^3] \mathbf{j}$$

e quindi

$$\mathbf{r}(t_2) = (69\text{ m})\mathbf{i} - (74\text{ m})\mathbf{j}$$

In conclusione, il vettore spostamento della particella nell'intervallo compreso tra $t_1 = 2,0 \text{ s}$ e $t_2 = 3,0 \text{ s}$ è

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}(t_2) - \mathbf{r}(t_1) = [(69 \text{ m})\mathbf{i} - (74 \text{ m})\mathbf{j}] - [(34 \text{ m})\mathbf{i} - (17 \text{ m})\mathbf{j}]$$

e quindi

$$\Delta \mathbf{r} = (35 \text{ m})\mathbf{i} - 57 \text{ m})\mathbf{j} \Rightarrow \Delta x = 35 \text{ m} \quad \Delta y = -57 \text{ m}.$$

(c) Poiché la posizione della particella istante per istante è data da

$$\mathbf{r}(t) = [(5,0 \text{ m/s})t + (6,0 \text{ m/s}^2)t^2] \mathbf{i} + [(7,0 \text{ m}) - (3,0 \text{ m/s}^3)t^3] \mathbf{j}$$

allora la velocità della particella è:

$$\mathbf{v}(t) = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = [(5,0 \text{ m/s}) + (12 \text{ m/s}^2)t] \mathbf{i} + [(0 \text{ m}) - (9,0 \text{ m/s}^3)t^2] \mathbf{j}.$$

Poiché la velocità della particella istante per istante è

$$\mathbf{v}(t) = [(5,0 \text{ m/s}) + (12 \text{ m/s}^2)t] \mathbf{i} - [(9,0 \text{ m/s}^3)t^2] \mathbf{j}$$

allora l'accelerazione della particella è

$$\mathbf{a}(t) = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = (12 \text{ m/s}^2)\mathbf{i} - (18 \text{ m/s}^3)t\mathbf{j}.$$

(d) Sostituendo $t = 3,0 \text{ s}$ nelle espressioni di $\mathbf{v}(t)$ e di $\mathbf{a}(t)$, si ottiene:

$$\begin{aligned}\mathbf{v}(t) &= [(5,0 \text{ m/s}) + (36 \text{ m/s})] \mathbf{i} - [(81,0 \text{ m/s})] \mathbf{j} \\ &= (41 \text{ m/s})\mathbf{i} - (81,0 \text{ m/s})\mathbf{j}\end{aligned}$$

$$\mathbf{a}(t) = (12 \text{ m/s}^2)\mathbf{i} - (54 \text{ m/s}^2)\mathbf{j}.$$

Esercizio 6

Un aeroplano parte da fermo e si muove lungo la pista con accelerazione costante prima di decollare. L'aereo si sposta di 600 m in 12 s. Si determini: (a) l'accelerazione; (b) la velocità dopo 12 s; (c) lo spazio percorso nell'ultimo secondo di moto.

Esercizio 6

Un aeroplano parte da fermo e si muove lungo la pista con accelerazione costante prima di decollare. L'aereo si sposta di 600 m in 12 s. Si determini: (a) l'accelerazione; (b) la velocità dopo 12 s; (c) lo spazio percorso nell'ultimo secondo di moto.

(a) Poiché si tratta di un moto uniformemente accelerato si ha:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \Rightarrow \quad 600 \text{ m} = \frac{1}{2} a (12 \text{ s})^2 \quad \Rightarrow \quad a = 8,33 \text{ m/s}^2.$$

(b) Nel moto uniformemente accelerato $v(t) = v_0 + at$; quindi indicando con v_{12} la velocità dell'aereo dopo 12 s si ha:

$$v_{12} = 0 + (8,33 \text{ m/s}^2)(12 \text{ s}) = 100 \text{ m/s}.$$

(c) L'ultimo secondo di moto è quello che intercorre tra gli istanti $t_1 = 11 \text{ s}$ e $t_2 = 12 \text{ s}$; di conseguenza lo spazio percorso nell'ultimo secondo di moto è

$$\Delta x = x(t_2) - x(t_1)$$

dove $x(t_2) = 600 \text{ m}$, mentre è

$$x(t_1) = \frac{1}{2}at_1^2 \quad \Rightarrow \quad x(t_1) = \frac{1}{2}(8,33 \text{ m/s}^2)(11 \text{ s})^2 = 504 \text{ m}.$$

In conclusione, si trova

$$\Delta x = (600 \text{ m}) - (504 \text{ m}) = 96 \text{ m}.$$

Esercizio 7

Un oggetto è lanciato verticalmente verso l'alto e ritorna nella posizione di partenza dopo 4 s. (a) Con quale velocità iniziale è stato lanciato? (b) Quanto tempo impiega per salire all'altezza massima? (c) Qual è l'altezza massima a cui giunge? (d) Con quale velocità ritorna nella posizione iniziale?

Esercizio 7

Un oggetto è lanciato verticalmente verso l'alto e ritorna nella posizione di partenza dopo 4 s. (a) Con quale velocità iniziale è stato lanciato? (b) Quanto tempo impiega per salire all'altezza massima? (c) Qual è l'altezza massima a cui giunge? (d) Con quale velocità ritorna nella posizione iniziale?

(a) Il moto è uniformemente accelerato lungo l'asse y ; con riferimento alla figura a lato si può scrivere:

$$y(t) = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

con $y_0 = 0$ e $a = -g = -9,8 \text{ m/s}^2$.

Per $t = 4 \text{ s}$ l'oggetto si troverà in $y = 0$, quindi si ha:

$$0 = v_0(4 \text{ s}) + \frac{1}{2}(-9,8 \text{ m/s}^2)(4 \text{ s})^2$$

Da cui si ricava

$$v_0 = 19,6 \text{ m/s}$$



(b) Nell'istante \bar{t} nel quale giunge alla massima altezza, y_m , la velocità è istantaneamente nulla.

Poiché è $v(t) = v_0 + at$ allora si ricava

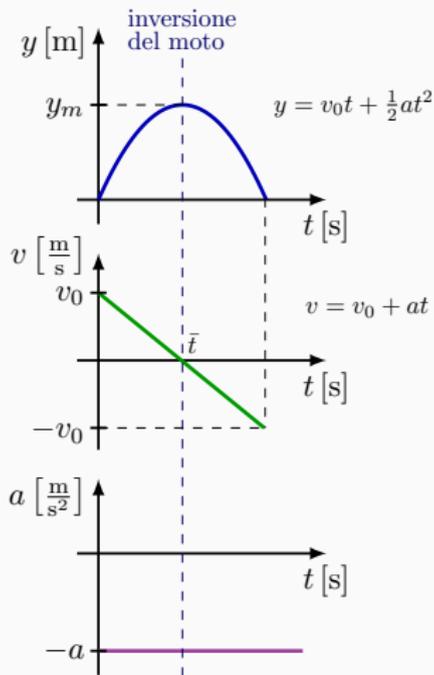
$$v(\bar{t}) = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = v_0 + a\bar{t}$$

$$\bar{t} = -\frac{v_0}{a} = 2 \text{ s.}$$

L'oggetto impiega lo stesso tempo sia per salire alla quota massima sia per scendere dalla quota massima a quella di partenza. Perché?

(c) $y_m = y(\bar{t})$; quindi si ha:

$$y_m = v_0\bar{t} + \frac{1}{2}a\bar{t}^2 = 19,6 \text{ m.}$$

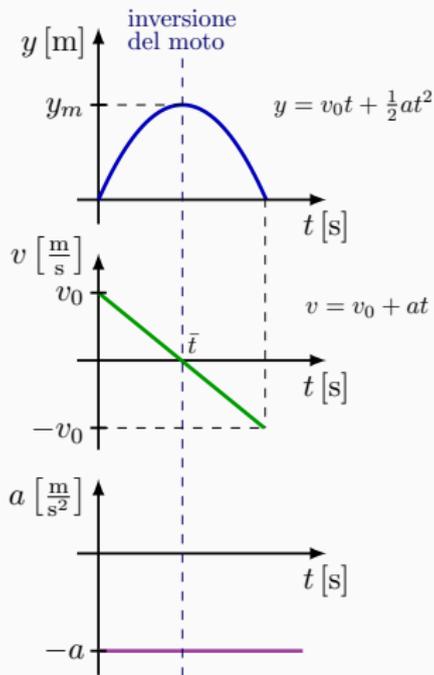


(d) La velocità v_r con la quale ritorna nella posizione iniziale è quella dopo un tempo $t = 4\text{ s}$; si ha perciò:

$$v_r = 19,6 \text{ m/s} + (-9,8 \text{ m/s}^2)(4 \text{ s})$$

$$v_r = -19,6 \text{ m/s} = -v_0.$$

L'oggetto torna nella posizione di partenza con una velocità che ha l'intensità di quella di iniziale ma verso opposto.



Esercizio 8

Un sasso è lanciato verticalmente verso il basso con una velocità iniziale di $8,0 \text{ m/s}$ da un'altezza rispetto al suolo di $25,0 \text{ m}$. Si determini: (a) il tempo impiegato a raggiungere il suolo; (b) la velocità con la quale viene raggiunto il suolo.

Esercizio 8

Un sasso è lanciato verticalmente verso il basso con una velocità iniziale di $8,0 \text{ m/s}$ da un'altezza rispetto al suolo di $25,0 \text{ m}$. Si determini: (a) il tempo impiegato a raggiungere il suolo; (b) la velocità con la quale viene raggiunto il suolo.

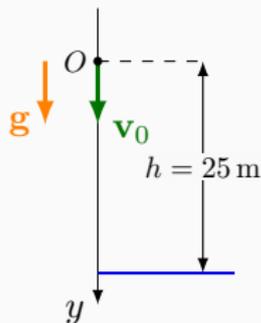
(a) Il moto è uniformemente accelerato lungo l'asse y ; con riferimento alla figura si può scrivere:

$$y(t) = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

con $y_0 = 0$, $v_0 = 8,0 \text{ m/s}$ e $a = g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Se \bar{t} è il tempo impiegato per raggiungere il suolo, deve essere $y(\bar{t}) = h$:

$$25,0 \text{ m} = (8,0 \text{ m/s})\bar{t} + \frac{1}{2}(9,8 \text{ m/s}^2)(\bar{t})^2 \Rightarrow \bar{t} = 1,58 \text{ s}$$



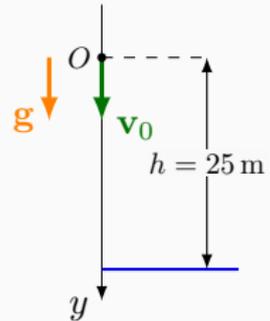
(b) La velocità del sasso varia secondo la legge

$$v(t) = v_0 + at.$$

Poiché $\bar{t} = 1,58 \text{ s}$ è il tempo impiegato a raggiungere il suolo, la velocità con cui il sasso toccherà il suolo è data da $v(\bar{t})$:

$$v(\bar{t}) = 8,0 \text{ m/s} + (9,8 \text{ m/s}^2)(1,58 \text{ s})$$

da cui si ricava $v(\bar{t}) = 23,5 \text{ m/s}$ che risulta positiva essendo diretta verso il basso.



Il parte

Moto circolare uniforme

- Un punto P si muove su una traiettoria circolare di raggio R .
- Il moto è uniforme: v è costante in modulo, ma la sua direzione varia con continuità.
- L'accelerazione è centripeta e vale v^2/R .
- φ è l'**angolo di fase**

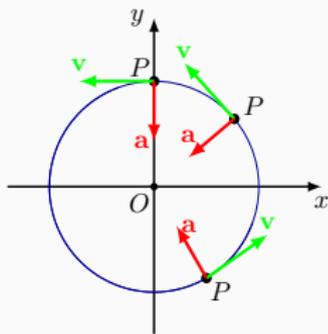
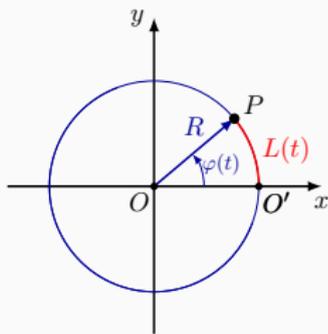
$$\varphi(t) = \frac{L(t)}{R} \text{ radianti.}$$

Poiché il moto è uniforme

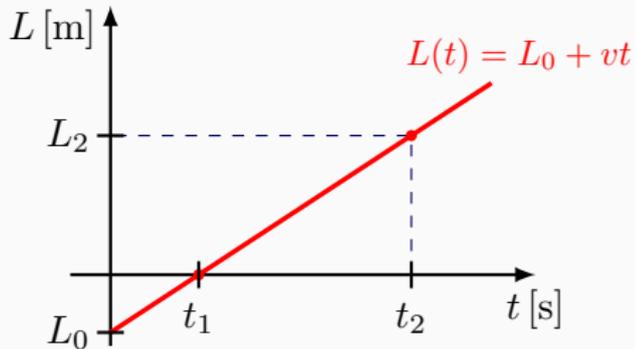
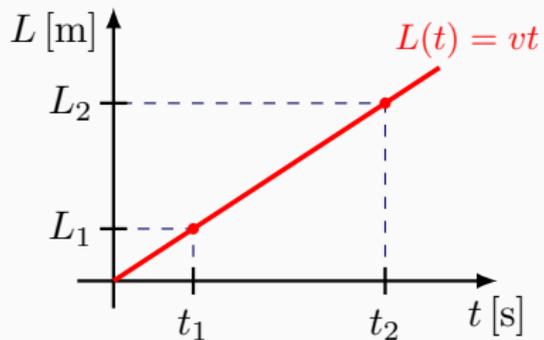
$$L(t) = vt \quad \left(\frac{dL}{dt} = v \right).$$

In generale, se il punto P all'istante $t = 0$ non si trova il O' , sarà

$$L(t) = L_0 + vt \quad \left(\frac{dL}{dt} = v \right).$$



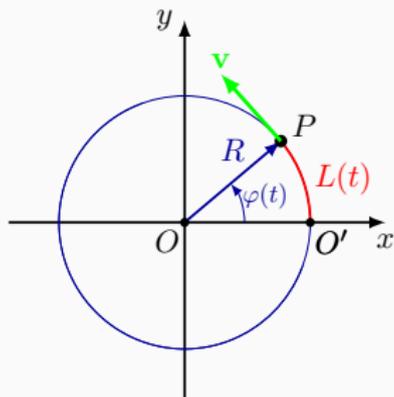
MOTO UNIFORME: LO SPAZIO CRESCE LINEARMENTE CON IL TEMPO



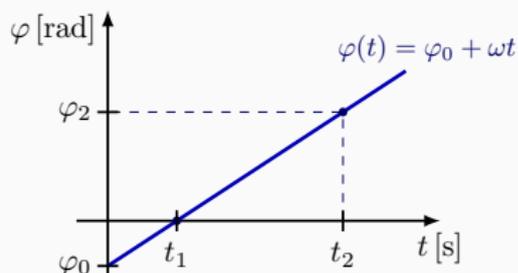
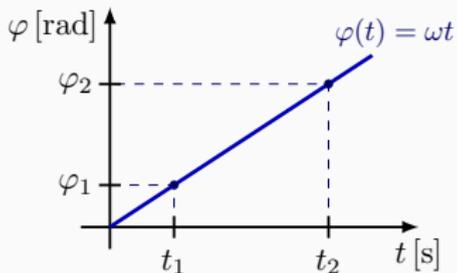
$$L(t) = vt \quad \varphi(t) = \frac{L(t)}{R} = \frac{v}{R}t$$

La **velocità angolare** del punto P esprime la rapidità con la quale viene descritto l'angolo φ :

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{v}{R}$$

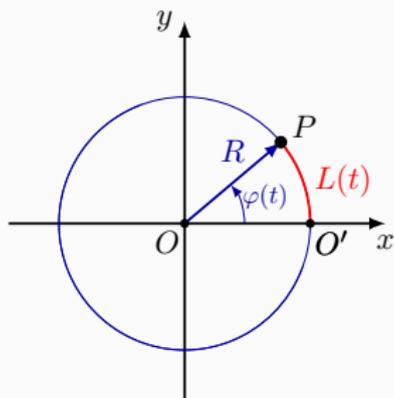


$$\omega = \frac{v}{R} \Rightarrow v = \omega R \Rightarrow \varphi(t) = \omega t.$$



Il moto del punto P è periodico: il punto P dopo un tempo T detto periodo si ritrova nella stessa posizione con le stesse caratteristiche di moto.

$$T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}.$$



Se il periodo T è il tempo impiegato da P per compiere un giro completo, la **frequenza** ν esprime il numero di giri compiuti nell'unità di tempo:

$$\nu = \frac{1}{T}$$

L'unità di misura della frequenza è l'hertz, e si indica con Hz.

$$\nu = \frac{1}{T}$$

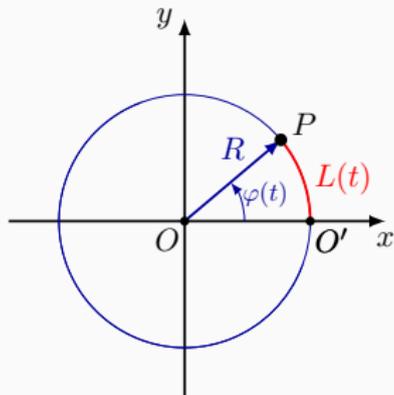
- Se $T = 1\text{ s} \Rightarrow \nu = 1\text{ Hz}$
- Se $T = 10\text{ s} \Rightarrow \nu = 0,1\text{ Hz}$
- Se $T = 0,1\text{ s} \Rightarrow \nu = 10\text{ Hz}$.

Poiché

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{e} \quad \nu = \frac{1}{T}$$

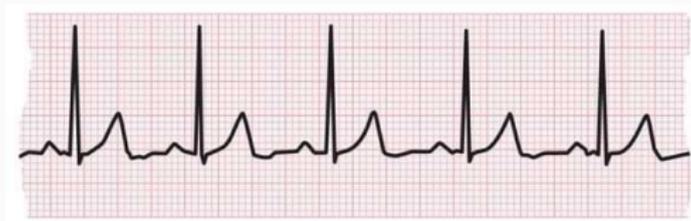
ne deriva che

$$\omega = 2\pi\nu$$



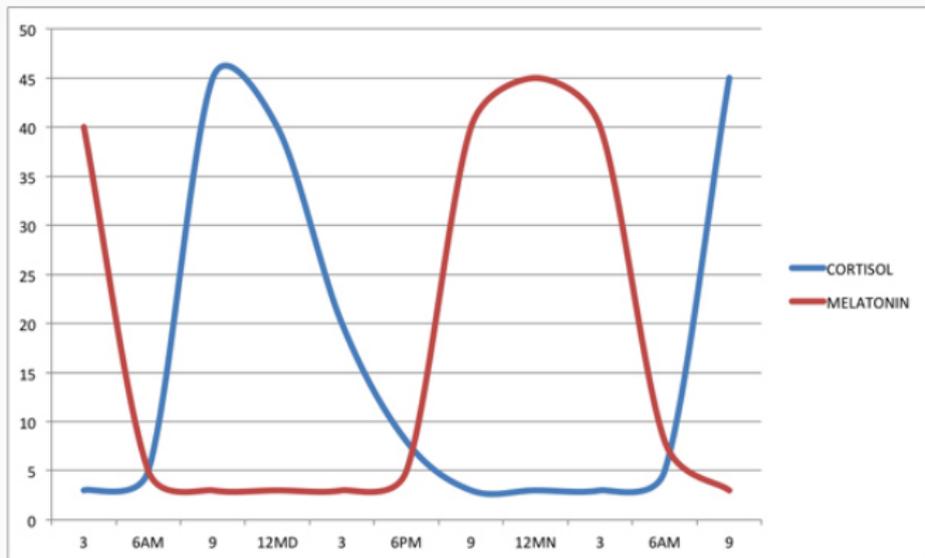
Nel corpo umano vi è un'infinità
di fenomeni periodici
sia fisiologici sia patologici

BATTITO CARDIACO



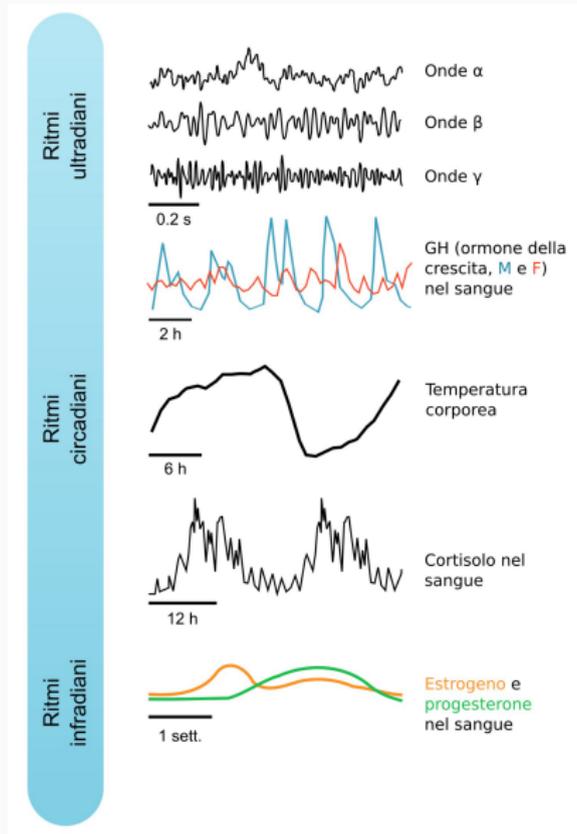
- Periodo $\simeq 1$ s
- Frequenza $\simeq 1$ Hz = 60 battiti al minuto

ANDAMENTO CORTISOLO-MELATONINA

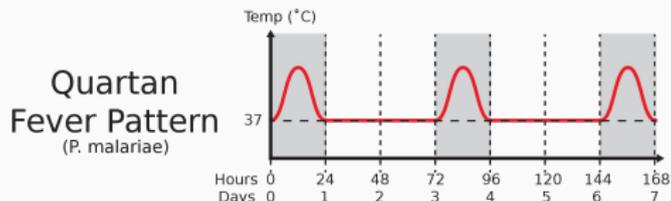
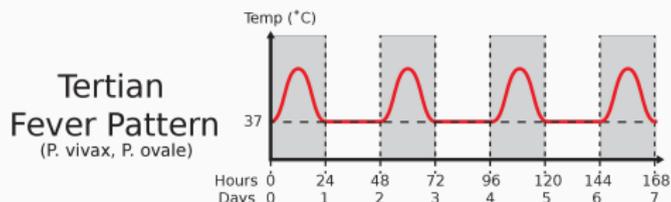
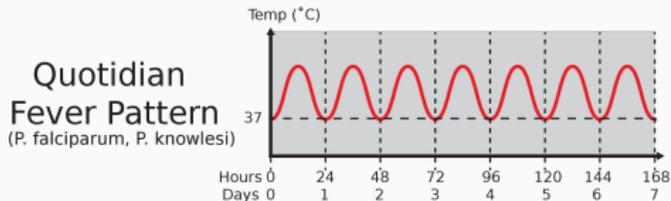


- Periodo \simeq 24 ore

RITMI BIOLOGICI CON PERIODICITÀ VARIA



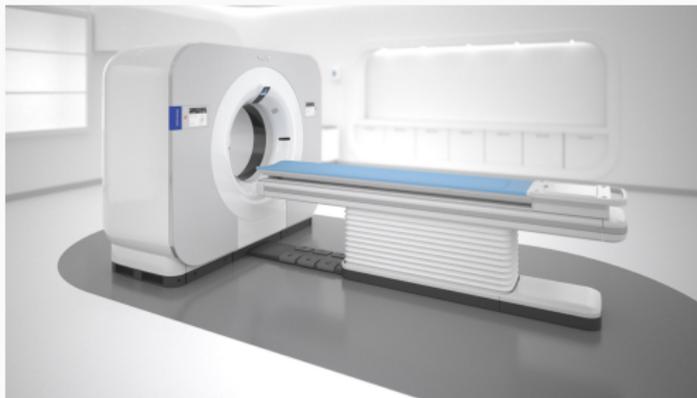
MALARIA - FEBBRE TERZANA E QUARTANA



Febbri periodiche la cui periodicità è uguale a quella del ciclo asessuale del parassita malarico.

Sistemi che ruotano di moto circolare in ambito ospedaliero

Tomografia assiale



Sistemi che ruotano di moto circolare in ambito ospedaliero

Centrifuga da laboratorio



Esercizio

In una centrifuga da laboratorio le provette si muovono di moto circolare uniforme con un'accelerazione centripeta $a_c = 1,4 \times 10^5 \text{ m/s}^2$. Le provette distano $d = 10 \text{ cm}$ dal centro di rotazione. Si determini: (a) la velocità delle provette; (b) la velocità angolare delle provette; (c) i giri al secondo compiuti dalle provette.

(a) Dalla definizione di accelerazione centripeta si ha:

$$a_c = \frac{v^2}{d} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{a_c d} = \sqrt{(1,4 \times 10^5 \text{ m/s}^2) \cdot (0,1 \text{ m})} = 118,3 \text{ m/s}.$$

(b) Poiché $v = \omega d$, ne deriva che

$$\omega = \frac{v}{d} = \frac{118,3 \text{ m/s}}{0,1 \text{ m}} = 1183 \text{ rad/s}.$$

(c) Poiché $T = 2\pi/\omega$, si ricava

$$T = \frac{2 \cdot 3,14}{1183 \text{ rad/s}} = 0,0053 \text{ s} \quad \Rightarrow \quad \nu = \frac{1}{T} \simeq 189 \text{ giri/s}.$$

A cosa serve e come funziona
una centrifuga da laboratorio?

- Una centrifuga da laboratorio è uno strumento utilizzato per accelerare la separazione tra corpi di diversa densità (densità = massa/volume) attraverso l'uso della forza, o meglio, **dell'accelerazione centrifuga.**
- Questo processo è definito centrifugazione e si basa sul fenomeno della sedimentazione di un corpo solido ad alta densità mescolato ad un fluido a densità più bassa.
- **Particelle con massa diversa sedimentano a velocità diversa.**
- La centrifugazione permette alle molecole di separarsi in base alla loro densità e, quindi, al loro comportamento in relazione al campo gravitazionale.
- La centrifugazione mira ad aumentare l'accelerazione gravitazionale applicata alla sospensione presa in esame sostituendola con la forza centrifuga.

Cos'è l'accelerazione centrifuga?

- L'accelerazione centrifuga è l'accelerazione che sperimenta un corpo che si trova solidale con un sistema di riferimento in rotazione.
- L'accelerazione centrifuga e, di conseguenza, la forza centrifuga, è diretta radialmente rispetto al centro di rotazione, con verso che tende ad allontanare il corpo dal centro di rotazione.
- Il modulo dell'accelerazione centrifuga è:

$$a_{\text{centrifuga}} = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$$

dove r è la distanza del punto P dove si trova corpo dal centro di rotazione, ω la velocità angolare del sistema di riferimento con $\omega = v/r$ essendo v la velocità di P .



- Una volta che la centrifuga viene azionata, la forza centrifuga spinge la parte solida del composto sul fondo della provetta (le provette sono disposte quasi orizzontalmente nella centrifuga) permettendole di separarsi dalla parte liquida e trasformandola in quello che si definisce il "precipitato".
- Particelle solide di diversa massa e dimensione hanno, a parità di velocità di rotazione della centrifuga, velocità di sedimentazione diverse: variando i tempi di centrifugazione è possibile separare composti solidi diversi che si trovano in un liquido.

La velocità di eritrosedimentazione (VES) è un esame del sangue che misura, in modo aspecifico e indiretto, il grado di infiammazione presente nell'organismo.

La VES è un indice aspecifico di malattia: deve essere associata ad altri esami per fornire al medico delle informazioni utili per la diagnosi di eventuali affezioni.