Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corso di laurea in Ing. Elettronica
Corso di Fisica Generale
Dott.ssa M. C. Larciprete

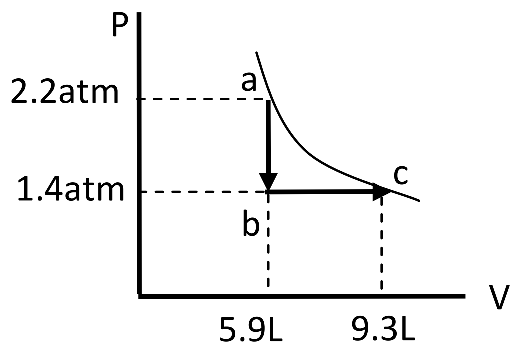
Prova di esame del 17 Luglio 2013
II appello - a.a. 2012-13
TESTO B

1) Un punto si muove lungo una circonferenza di raggio R=0.8m con legge oraria $\theta(t)=A\ t^2+B\ t+1$ con $A=5s^{-2}$, $B=2s^{-1}$. Determinare la lunghezza dell'arco di circonferenza percorso nell'intervallo di tempo che va da $t_0=0s$ a $t_1=0.2s$. Calcolare il valore del modulo della velocità e le componenti dell'accelerazione al tempo t_1.

2) Un corpo di massa m=1kg è posto all'estremità di una molla di costante elastica K=1kN/m, inizialmente compressa di $\Delta x=0.1m$. In seguito al rilascio della molla, il corpo sale lungo un piano inclinato di un angolo $\alpha=30°$ rispetto all'orizzontale, privo di attrito. Calcolare (a) l'altezza massima raggiunta dalla massa (b) come si modifica questa grandezza se il piano presenta attrito dinamico con coefficiente $\mu_d=0.15$.

3) Un'asta di lunghezza L=4m può ruotare senza attrito intorno al suo centro O in un piano orizzontale; il suo momento di inerzia è $I_s=0.1\ kg\ m^2$. Sull'asta sono infilate due sferette di massa m=50g che inizialmente si trovano a distanza a=10 cm dal centro, su lati opposti. Tutto il sistema ruota con energia cinetica $K_{in}=2\ J$ mentre un filo impedisce alle due sferette di allontanarsi dal centro. Se si brucia il filo, le due sferette si allontanano e si arrestano agli estremi dell'asta (dove sono presenti due fermi). Si calcoli la velocità angolare del sistema nella configurazione finale.

4) Una mole di gas perfetto monoatomico cede calore a volume costante in modo che la pressione scende da 2.2 atm a 1.4 atm. Successivamente il gas viene fatto espandere a pressione costante da un volume di 5.9 L ad uno di 9.3 L e la temperatura torna al suo valore iniziale. Calcolare (a) il calore totale ceduto o assorbito dal gas nell'intero processo (b) la variazione di entropia del gas (nel passaggio dallo stato "a" allo stato "c"). (R=0.0821 litri·atm/moli·K).



5) Due macchine di Carnot lavorano rispettivamente tra le sorgenti a temperature T_1, T_2 e T_2, T_3, con $T_1>T_2>T_3$. Le macchine sono accoppiate in modo che in ogni ciclo la prima ceda alla sorgente a temperatura T_2 la stessa quantità di calore Q_2 che assorbe la seconda macchina. Calcolare il rendimento del sistema costituito dalle due macchine sapendo che η_1= 25% ed η_2=40%.

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corso di laurea in Ing. Elettronica
Corso di Fisica Generale
Dott.ssa M. C. Larciprete

Prova di esame del 17 Luglio 2013
II appello - a.a. 2012-13
Soluzioni - TESTO B

1) $\Delta\theta = At_1^2 + Bt_1 = 0.6rad \qquad L = R\cdot\Delta\theta = 0.48m$

$v(t_1) = \omega(t_1)R = \dot{\theta}(t_1)R = (2At_1 + B)R = 3.2\ m/s$

$a_n(t_1) = \omega^2(t_1)R = \left(2At_1 + B\right)^2 R = 12.8\ m/s^2$

$a_\tau(t_1) = \alpha(t_1)R = 2AR = 8\ m/s^2$

2) In assenza di attrito l'energia meccanica si conserva:

$$\frac{1}{2}K\Delta x^2 = mgL\sin(\alpha) \qquad L = \frac{1}{2}\frac{K\Delta x^2}{mg\sin(\alpha)} = 1.02m \qquad h = L\sin(\alpha) = 0.51m$$

In presenza di attrito:

$$mgL'\sin(\alpha) = \frac{1}{2}K\Delta x^2 - \mu_d mgL'\cos(\alpha) \qquad L' = \frac{1}{2}\frac{K\Delta x^2}{mg\left(\sin(\alpha) + \mu_d\cos(\alpha)\right)} \approx 0.81m$$

$$h' = L'\sin(\alpha) = 0.405m$$

3) Si conserva il momento della quantità di moto rispetto all'asse di rotazione perché le forze esterne (peso e reazioni vincolari) hanno momento nullo.

$$\left(I_S + 2ma^2\right)\omega_{in} = \left(I_S + 2m\left(\frac{L}{2}\right)^2\right)\omega_{fin} \quad \text{da cui:} \quad \omega_{fin} = \frac{\left(I_S + 2ma^2\right)}{\left(I_S + 2m\left(\frac{L}{2}\right)^2\right)}\omega_{in} = \frac{I_{in}}{I_{fin}}\omega_{in}$$

$$I_{in} = \left(I_S + 2ma^2\right) = 0.101kgm^2 \qquad I_{fin} = \left(I_S + 2m\left(\frac{L}{2}\right)^2\right) = 0.2kgm^2$$

$$K_{in} = \frac{1}{2}I_{in}\omega_{in}^2 \qquad \omega_{in} = \sqrt{\frac{2K_{in}}{I_{in}}} \approx 6.3rad/s \qquad \omega_{fin} = \frac{I_{in}}{I_{fin}}\omega_{in} = 1.27rad/s$$

4)

(a) Calcolo del calore scambiato dal gas:

$Q_{ab} = nc_v\left(T_b - T_a\right) < 0$ ceduto dal gas

$Q_{bc} = nc_p\left(T_c - T_b\right) = nc_p\left(T_a - T_b\right) > 0$ assorbito dal gas

$Q_{tot} = Q_{ab} + Q_{bc} = n\left(c_p - c_v\right)\left(T_a - T_b\right) = nR\left(T_a - T_b\right)$ = 4.76 litri·atm=482 J

con $T_a = \dfrac{p_a V_a}{nR} = \dfrac{p_b V_c}{nR} = T_c$ e $T_b = \dfrac{p_b V_b}{nR}$

(b) Essendo l'entropia una funzione di stato, si può calcolare il ΔS lungo una trasformazione isoterma (da "a" a "c"):

$$\Delta S = \int_a^c \frac{dQ}{T_a} = \int_a^c \frac{dL}{T_a} = \int_a^c \frac{nRdV}{V} = nR\ln\frac{V_c}{V_a} = 0.037 litri \cdot atm / K = 3.78 J / K$$

5) Poiché la sorgente a temperatura intermedia assorbe e cede la stessa quantità di calore Q_2 essa non interviene nel ciclo eseguito dal sistema costituito dalle due macchine, che opera pertanto tra T_1 e T_3:

$$\eta = 1 - \frac{T_3}{T_1}$$

Si ha anche $\eta_1 = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$ $\eta_2 = 1 - \dfrac{T_3}{T_2}$ pertanto $\dfrac{T_3}{T_1} = \left(\dfrac{T_3}{T_2}\right)\left(\dfrac{T_2}{T_1}\right) = \left(1-\eta_1\right)\left(1-\eta_2\right)$

$$\eta = 1 - \left(1-\eta_1\right)\left(1-\eta_2\right) = 55\%$$