Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corso di laurea in Ing. Meccanica

Fisica I

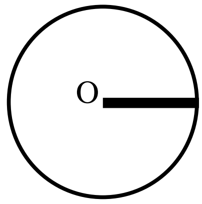
Canale A-L: ***Prof. Marco Rossi*** **- Canale M-Z:** ***Prof.ssa Livia Lancia***

Prova di esame del 13 settembre 2013 – ***a.a. 2012-13***

Risolvete, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.
L'esercizio 3 non deve essere svolto da parte degli allievi che sostengono la prova da 6 CFU.

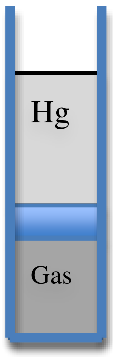
1. La punta della penna di un sismografo oscilla di moto armonico su un piano orizzontale, nella direzione (y) con equazione $y = A\cos\omega t$. Un nastro di carta scorre, sullo stesso piano orizzontale, con velocità costante v=1.2 cm/s in direzione (x) perpendicolare al moto della penna con cui rimane costantemente a contatto. Determinare l'equazione della linea tracciata dalla penna sul nastro. (A=2cm; ω=12rad/s).

2. Il sistema mostrato in figura consiste di un disco omogeneo di raggio R = 20 cm e massa M =1.4 kg e una sbarretta omogenea sottile di massa m=300 g e lunga R, incollata lungo un raggio del disco. Il sistema è disposto su un piano verticale ed è in grado di ruotare senza attrito intorno ad un asse orizzontale passante per il suo centro O. Esso viene quindi abbandonato da fermo nella configurazione indicata, con la sbarretta posta orizzontalmente.

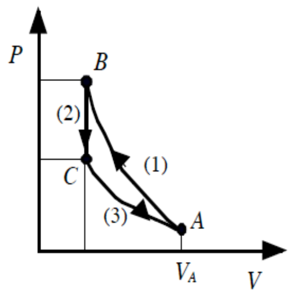


a) Calcolare la posizione del centro di massa in tale configurazione.
b) Determinare il valore della velocità angolare ω del sistema disco-sbarretta quando questa si trova a transitare in direzione verticale.

3. Il sistema illustrato in figura è costituito da un tubo cilindrico posto in verticale di sezione costante S=2cm^2 e chiuso all'estremità inferiore. Nella parte bassa del tubo sono contenute n=10^{-3} moli di un gas perfetto mantenuto a temperatura costante T_o=10°C per tutta la durata della trasformazione. Un pistone mobile a tenuta, privo di attrito e di massa trascurabile, sovrastato inizialmente da una colonna di mercurio alta h_i= 20 cm, impedisce al gas di fuoriuscire dal tubo. Supponendo di versare all'interno del tubo altro mercurio sino a far raggiungere alla colonna di mercurio un'altezza complessiva h_f=55cm calcolare di quanto si abbasserà il pistone. (r_{Hg}=13600kg/m^3).



4. Un gas perfetto monoatomico esegue il ciclo termodinamico mostrato in figura, basato sulle seguenti trasformazioni:
(1) una compressione adiabatica, in cui il volume è ridotto ad 1/3 del valore originario V_A;
(2) una compressione isocora, in condizioni quasi statiche tali da poter essere considerate reversibili;
(3) un'espansione isoterma che riporta il gas allo stato iniziale.
Calcolare:
a) il rapporto L_{iso}/L_{ad} tra i lavori eseguiti nelle trasformazioni (1) e (3);
b) il lavoro L_{ad} compiuto durante la trasformazione (1), sapendo che durante il ciclo il gas scambia una quantità di calore Q=-1000cal.



5. Una massa di alluminio m_{Al} alla temperatura di 700 K viene immersa in 3 kg di acqua, inizialmente a 20°C, dentro un calorimetro adiabatico di capacità termica trascurabile. Sapendo che la temperatura finale di equilibrio è di 100° C e che sono evaporati 50 g di acqua, si determini m_{Al} e la variazione di entropia del sistema (calorimetro + m_{Al}), assumendolo adiabatico. Si assuma che il calore latente di evaporazione dell'acqua sia λ_{evap}= 259 cal/g, che il calore specifico dell'acqua sia costante durante la trasformazione e pari a 4,18 J/gK e che il calore specifico dell'alluminio sia pari a 0.210 cal/gK.

Sezione TEORIA - ***Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.***

T1. Spiegare le differenze tra una macchina frigorifera e una pompa di calore e definire nei due casi il parametro che ne consente di valutarne la qualità.

T2. Dimostrare il teorema di Koenig per un sistema isolato di punti materiali.

Fisica I

Canale A-L: *Prof. Marco Rossi* - Canale M-Z: *Prof. Livia Lancia*

SOLUZIONI

della prova di esame del 13 settembre 2013 – *a.a. 2012-13*

Esercizio 1

Il problema può essere risolto secondo lo schema dei moti relativi in cui il riferimento assoluto è solidale con il sismografo (*Oxy*) e quello in moto è solidale con il nastro (*O'x'y'*) e dove *x'*//*x* ;*y'*//*y* e anche *x*=*x'*+v*t*=0 =>*x'*= –v*t* ; *y*=*y'*. Nel riferimento solidale al nastro la legge oraria della punta del pennino è quindi:

$$\begin{cases} x' = -vt \\ y' = A\cos\omega t \end{cases} \Rightarrow \quad y' = A\cos\left(-\frac{\omega}{v}x'\right) = 2\cos(10x')$$

dove sia *x'* che *y'* sono espressi in centimetri.

Esercizio 2

a) In un sistema di assi cartesiani *Oxy* con *O* nel centro del disco, *y* diretto come la verticale, *x* nel piano del disco si ha per la posizione del *cdm*:

$$x_{cdm} = \frac{x^D_{cdm}M + x^S_{cdm}m}{M+m} = \frac{0\cdot M + \frac{R}{2}m}{M+m} = \frac{R}{2}\frac{m}{m+M} = 1.76cm$$

$$y_{cdm} = 0$$

b) Moto che avviene in presenza di sole forze conservative. Dalla conservazione dell'energia meccanica:

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

$$\Delta U = (M+m)g\Delta y_{cdm} = -mg\frac{R}{2} \quad ;$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}I_D\omega^2 + \frac{1}{2}I_S\omega^2 = \frac{1}{2}\frac{MR^2}{2}\omega^2 + \frac{1}{2}\frac{mR^2}{3}\omega^2 = \left(\frac{M}{4}+\frac{m}{6}\right)R^2\omega^2 .$$

Quindi, essendo ΔK=-ΔU,

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R}\frac{m}{\left(M/2 + m/3\right)}} = 4.29[rad/s]$$

Esercizio 3

Il gas subisce una trasformazione isoterma.

Dall'equazione di stato si ottiene: $V_i = \frac{nRT_o}{P_i}, \quad V_f = \frac{nRT_o}{P_f}$, con T_o=283K.

Detta h_{atm}=76.0cm l'altezza della colonna di mercurio equivalente alla pressione atmosferica P_{atm}=101300 Pa, si ha

$$P_i = P_a + \frac{h_i}{h_{atm}}P_{atm} \quad , \quad P_f = P_a + \frac{h_f}{h_{atm}}P_{atm}.$$

Quindi per la variazione di altezza del pistone *ΔH* si ha:

$$\Delta H = \frac{\Delta V}{S} = \frac{nRT_o}{S}\left(\frac{1}{P_f} - \frac{1}{P_i}\right) = -2.5\ cm$$

Esercizio 4

a) Nell'adiabatica:

$$L_{ad} = -\Delta U_{AB} \quad \Rightarrow \quad L_{ad} = -nc_V(T_B - T_A);$$

$$VT^{\frac{1}{\gamma-1}} = COST \quad \Rightarrow T_B = 3^{\gamma-1}T_C$$

$$L_{ad} = -n\frac{3}{2}RT_C(3^{2/3}-1)$$

Nell'isoterma:

$$L_{iso} = nRT_C \ln\frac{V_A}{V_C} = nRT_C \ln 3$$

Il rapporto tra i lavori vale:

$$\frac{L_{iso}}{L_{ad}} = \frac{nRT_C \ln 3}{-n\frac{3}{2}RT_C(3^{3/2}-1)} = -0.678$$

b) Per il primo principio della termodinamica:

$$Q = L = L_{ad} + L_{iso} \quad \Rightarrow \quad Q = L_{ad}\left(1+\frac{L_{iso}}{L_{ad}}\right)$$

$$L_{ad} = \frac{Q}{1+\frac{L_{iso}}{L_{ad}}} = -3.1kcal = -13kJ$$

Esercizio 5

Dette m_{Al} la massa incognita dell'alluminio, m_v la massa d'acqua trasformata in vapore e m_{ac} la massa

$$Q_{Al} = m_{Al}c_{Al}(T^F - T^I_{Al}), \quad Q_{ac} = m_v\lambda_{ac} + m_{ac}c_{ac}(T^F - T^I_{ac})$$

dell'acqua: $m_{Al} = \dfrac{m_v\lambda_{ac} + m_{ac}c_{ac}(T_F - T^I_{ac})}{-c_{Al}(T_F - T^I_{Al})} \approx 3.26kg$

$$\Delta S_{sist} = \Delta S_{ac} - \Delta S_{Al} = \frac{m_v\lambda_{ac}}{T_{fus,ac}} + m_{ac}c_{ac}\ln\left(\frac{T^F}{T^I_{ac}}\right) + m_{Al}c_{Al}\ln\left(\frac{T^F}{T^I_{Al}}\right) \approx 272\frac{cal}{K}$$