SAPIENZA Università di Roma
Corso di laurea in Ing. Meccanica

Insegnamento: FISICA I

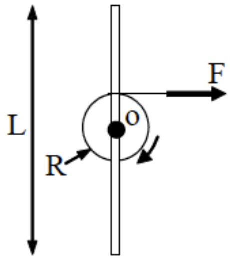
Canale A-L: ***Prof. Marco Rossi***
Canale M-Z: ***Prof. Livia Lancia***

Prova d'esame del 7 febbraio 2014 – ***a.a. 2012-13***

Risolvere, prima analiticamente e poi numericamente, gli esercizi seguenti.
L'esercizio 3 non deve essere svolto da parte degli studenti che sostengono la prova da 6 CFU.

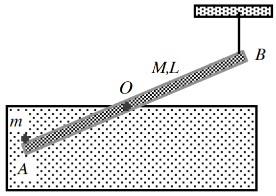
1. Una giostra ruota con velocità angolare costante ω. Un ragazzino, che si trova su un cavalluccio sul bordo della giostra a distanza R=3m dal centro, lascia cadere una pallina da un'altezza di h=2m dal suolo. Sapendo che la pallina giunge al suolo a una distanza d=6m dalla verticale passante per il punto da cui era stata abbandonata, determinare la velocità angolare ω della giostra.

2. Un sistema rigido è costituito da un disco di raggio R e massa M_D collegato ad una sbarra di lunghezza L e massa M_S come mostrato in figura. Il sistema è libero di ruotare attorno all'asse O ed è inizialmente fermo. Ad un certo istante viene messo in movimento rotatorio tramite una corda di massa trascurabile arrotolata intorno al disco e tirata da una forza costante F. Si calcoli il valore che deve avere la forza F affinché il sistema raggiunga la velocità di N giri/secondo in un tempo T. Si calcoli anche l'energia erogata dalla forza F dall'istante iniziale fino all'istante T.

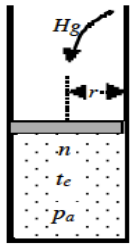


(Dati numerici: R=20cm; M_D=5kg; M_S=4kg; N=20; T=10 s, L=1m)

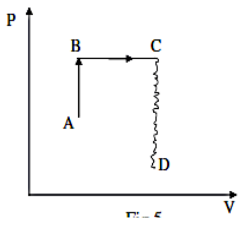
3. Una sbarra omogenea AB, lunga L e di massa M=1kg è sospesa ad una estremità B per mezzo di una corda flessibile e reca sull'altra estremità A una massa (puntiforme) m=1/2 M di piombo. La sbarra galleggia in acqua come da figura, con metà della sua lunghezza OA immersa. Trascurando la spinta di Archimede sulla massa di piombo:
a) illustrare con un disegno le forze che agiscono sulla sbarretta;
b) calcolare la tensione nella corda in B;
c) calcolare il volume totale della sbarra.



4. Un cilindro con pareti rigide e conduttrici termiche, di raggio r=10cm, disposto verticalmente e chiuso sul fondo, è provvisto di un pistone metallico di massa trascurabile che può scorrere a tenuta e senza attrito. Fra il pistone e il fondo sono contenute n=0,5 moli di aria (da considerare gas perfetto biatomico) in equilibrio termodinamico con l'ambiente esterno (p_e = p_a = 1 atm; T_e=22 °C).
a) In queste condizioni, si calcoli a che distanza h si trova il pistone dal fondo.
A partire da questa situazione, si versa sul pistone molto lentamente del mercurio (ρ=13,6 g/cm^3), producendone un suo abbassamento. Si calcoli:
b) quanti litri di mercurio occorre versare per dimezzare il volume dell'aria nel cilindro;
c) qual è il lavoro fatto L, il calore scambiato Q e la variazione di energia interna ΔU dell'aria.



5. Una mole di gas perfetto monoatomico compie la trasformazione AD in Figura:
trasformazione AB: isocora con T_B=2T_A;
trasformazione BC: isobara T_C=2T_B;
trasformazione CD: raffreddamento irreversibile a volume costante ottenuto mettendo il gas a diretto contatto con una sorgente a temperatura T_D = T_A.
Calcolare la variazione di entropia del gas e dell'Universo.



Sezione TEORIA

Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

T1. Definire la velocità angolare.
T2. Descrivere le Forze fittizie e darne un esempio.

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corsi di laurea in Ing. Meccanica

Corso di Fisica I
Canale A-L: ***Prof. Marco Rossi***
Canale M-Z: ***Prof. Livia Lancia***

SOLUZIONI
Della prova d' esame del 7 febbraio 2014 – *a.a. 2012-13*

1.

Nel momento in cui è lasciata, la pallina possiede una velocità pari alla velocità tangenziale del bordo della giostra ωR. Il moto della pallina negli istanti successivi è quindi il moto di un grave con velocità iniziale orizzontale pari a $v_o=\omega R$.

Si ha pertanto con riferimento alle due componenti cartesiane del moto:

x) $d = v_o t_1$; *y)* $h=1/2\, g\, (t_1)^2$ dove t_1 rappresenta il tempo impiegato a raggiungere il suolo.

Si ottiene infine per la velocità angolare: $\omega = d / (R\, t_1) = d / R\, (g/2h)^{1/2} = 3.13$ rad / s

---

2.

Dalla seconda equazione cardinale si ha:

$$I_c\dot{\omega} = FR$$

ove $I_c = 1/2 M_D R^2 + 1/12 M_S L^2$. Dalle precedenti relazioni si ha:

$$\omega = \frac{FR}{I_c}t \Rightarrow F = \frac{\omega I_c}{TR}$$

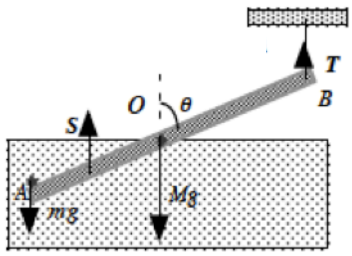
Essendo $\omega = 2\pi N\ rad/s$ si ottiene F=16.76 N.

L'energia totale erogata dalla forza risulta pari all'energia cinetica del sistema ovvero:

$$E = \frac{1}{2}I_c\omega^2 = 2106J$$

3.

a) Le forze sono indicate in figura, $S= \rho\, V/2\, g$ é la spinta di Archimede applicata nel centro di spinta posto a metá di *OA*



b) Le condizioni per l'equilibrio statico del sistema sono:

$$\begin{cases} Mg + mg - \left(\rho\frac{V}{2}\right)g - T = 0 \\ mg\frac{L}{2}\sin\vartheta - \left(\rho\frac{V}{2}\right)g\frac{L}{4}\sin\vartheta + T\frac{L}{2}\sin\vartheta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Mg + mg - \left(\rho\frac{V}{2}\right)g - T = 0 \\ 2mg - \left(\rho\frac{V}{2}\right)g + 2T = 0 \end{cases}$$

dove la prima eq esprime l'equilibrio delle forze e la seconda quello dei momenti (polo in *O*); ρ = densitá dell'acqua.

Sottraendo la prima equazione dalla seconda si ottiene: $-mg + 3T=0$ => $T=mg/3$=1,63 N.

c) Sostituendo l'espressione della tensione *T* in una delle due equazioni si ottiene per il volume : $V=16/3\ m/\rho$ =2.6 litri

4.

a) Utilizzando l'equazione di stato dei gas perfetti si ha : V= $\pi r^2 h = n\,R\,T/P$

Si ha quindi per l'altezza del pistone *h: h=(nRT)/π r*^{2}*P*

b) La trasformazione eseguita dal gas è un'isoterma. In questo caso per dimezzare il volume occorre raddoppiare la pressione e quindi la pressione differenziale esercitata dalla massa di mercurio sul pistone deve essere pari ad una atmosfera:

$$1atm = \frac{m_{Hg}g}{\pi r^2} = \frac{\rho V_{Hg}g}{\pi r^2}$$

da cui si ricava per il volume del mercurio: *VHg* = 0.0239 m^3= 23,9 litri

c) Essendo la trasformazione quasi-statica si ha in base alle relazioni sulle trasformazioni isoterme di un gas perfetto:

$L = n\,R\,T\ln(Vf\,/Vi) = Q$ e $\Delta U = 0$

Essendo anche il volume finale la metà di quello iniziale si ha quindi:

$L = Q = n\,R\,T\ln(1/2) = -\,850$ J = – 8.39 litri · atm

5.

Per il gas:

$\Delta S = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} + \Delta S_{CD}$

tratto AB: ΔS_{AB} n c_v ln (T_B/ T_A) ≈ 8.6 J/K

tratto BC: ΔS_{BC} n c_v ln (Tc /T_B) nR ln(VC /VB)= 14. 4 J/K

tratto CD: ΔS_{CD} nc_v ln (TD/ TC) = -17.3 J/K

ΔSgas ≈ 5.8 J/K

Per quanto riguarda le sorgenti nei due tratti reversibili si ha $\Delta S_{sorg} = -\Delta S_{gas}$.

Nel tratto irreversibile si ha:

$\Delta S_{sorg\_CD} = -\,n\,c_v\,(T_D - T_C)/\,T_D = 37.4$ J/K

e quindi:

$\Delta S_{univ} = \Delta S_{gas\_CD} + \Delta S_{sorg\_CD} = 43.2$ J/K