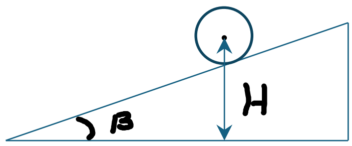
Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Ingegneria Informatica e Automatica
Proff Massimo Petrarca e Marco Toppi
FISICA 5.6.2024

Si ricorda di svolgere i conti tutti in forma analitica verificando lo studio dimensionale; solo alla fine inserire i numeri dove richiesto.

Esercizio 1

Un anello di massa m=0.5 kg e raggio R=20 cm, rotola senza strisciare su di un piano inclinato di un angolo ß=30 gradi. Il corpo parte da fermo. Determinare l'accelerazione del corpo e la legge oraria in forma analitica. Determinare, usando il teorema di conservazione dell'energia meccanica, la velocità del centro di massa del corpo in fondo al piano inclinato sapendo che è partito da un'altezza del centro di massa pari a H=3 m. Determinare poi, il massimo angolo ß di inclinazione oltre il quale il corpo comincia a scivolare (si trascuri l'attrito volvente), sapendo che il coefficiente di attrito è μ=0,3.

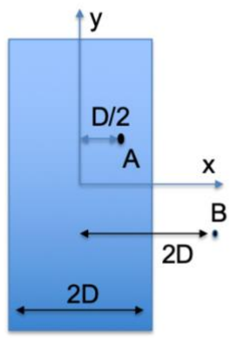


Esercizio 2

Un gas alla pressione atmosferica P_0 è contenuto in un cilindro con pistone termicamente isolato e di massa trascurabile, di volume V_i=5 L. Dentro il recipiente ci sono alcuni grammi di ghiaccio alla temperatura di 0 °C che lentamente si sciolgono. Si nota che il pistone si abbassa e il sistema raggiunge l'equilibrio quando si è sciolto m_s= 1 gr di ghiaccio e il volume del gas è diminuito trovandosi ora a V_f= 3.7 L. Quanto calore assorbe il ghiaccio? Quanto è il lavoro compiuto dall'esterno sul gas? Di quanto è variata l'energia interna del gas?

Esercizio 3

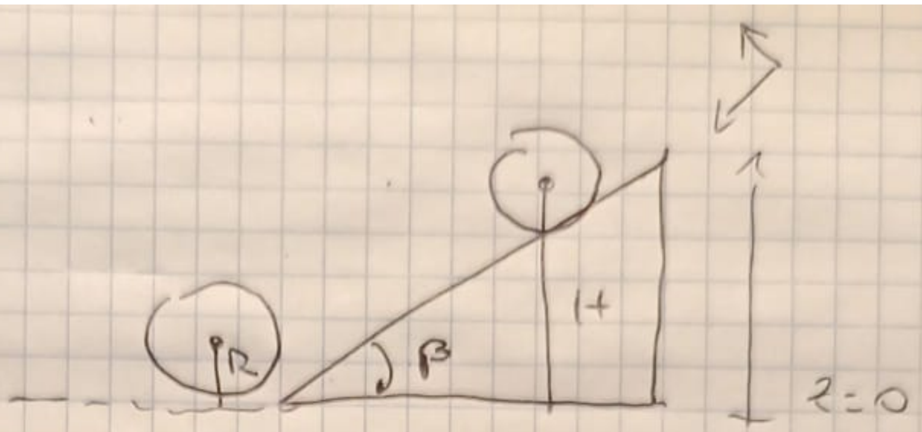
Uno strato piano indefinito di spessore 2D è uniformemente carico con densità di carica per unità di volume ρ. In un punto B esterno allo strato il campo elettrico è pari a E_B=100V/m. Ricavare il valore del campo elettrico nel punto A a distanza D/2 dal centro dello strato.



Esercizio 4

Si consideri un lungo conduttore cilindrico di raggio d=5 cm in cui scorra una corrente I, con direzione parallela all'asse del cilindro in ogni punto del conduttore. Supponendo che la corrente fluisca nel conduttore con densità di corrente eguale in modulo a $J=J_0(r/d)$, con J_0=1kA/m^2 e r distanza dall'asse del cilindro, ricavare il campo magnetico B in tutto lo spazio e calcolarne il valore massimo.

Ex 1



$$\vec{M}^{(e)} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$\vec{F}^{(e)} = M\vec{a}_{cm}$$

$$I_{cm} = mR^2$$

Polo in A:

$$M^{(e)} = mgR\sin\beta = I\alpha$$

$$mg\sin\beta - f_t = m a_{cm}$$

$$-mg\cos\beta + N = 0$$

$\Rightarrow \quad mgR\sin\beta = 2maR \qquad a = \frac{g\sin\beta}{2}$

$$f_t = -mg\frac{\sin\beta}{2} \qquad N = mg\cos\beta$$

$$\frac{|f_t|}{N} = \frac{\operatorname{tg}\beta}{2} \le \mu \qquad \operatorname{tg}\beta \le 2\mu = 0.6$$

$\Rightarrow \quad U_i + K_i = U_f + K_f \qquad mgh = mgR + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

$U(0) = 0$ quando l'anello è arrivato in basso ovvero per $z = 0$ ma $z_{cm} = R$.

Ex 2:

$\Delta U_{gas} = Q - L$

$Q_c = -\lambda m_f = -79,6$ calorie $= -79,6 \cdot 4.18 = -333$ J

metto il segno meno perché è ceduto dal gas

$Q_{ass.\ ghiaccio} = |Q_c|$ ed è $\oplus$ per il ghiaccio.

Dall'esterno viene compiuto un lavoro sul gas:

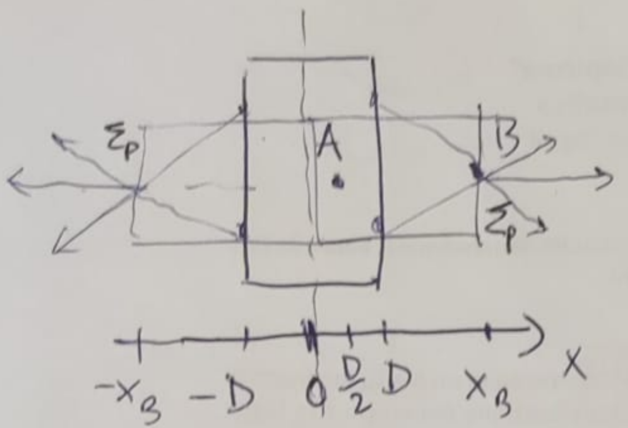
$L = -P_0(V_i - V_f) = -P_0 \cdot 1.3\,L = -132$ J

$(\Delta V < 0)$

Quindi per il gas

$\Delta U_{gas} = Q - L = -333 - (-132) = 201$ J

ESERCIZIO 3



Per simmetria il campo $\vec{E}$ sarà diretto come $\hat{u}_x$ per $x>0$ e come $-\hat{u}_x$ per $x<0$ e avrà stesso valore su piani $x = \text{cost}$ (paralleli al piano yz)

Uso Gauss prendendo ad esempio un parallelepipedo con facce parallele al piano yz in $\pm x_B$ di superficie Σ_p

$$\phi(\vec{E}) = \int_{\text{PARALLELEP.}} \vec{E}\cdot\hat{u}_n \, d\Sigma = 2E_B\Sigma_p = \frac{\rho\,\Sigma_p\, 2D}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$

[CONTRIBUTI NON NULLI SOLO PER IL FLUSSO ATTRAVERSO LE 2 FACCE IN x_B E $-x_B$]

$$\Rightarrow E_B = \frac{\rho D}{\varepsilon_0}$$

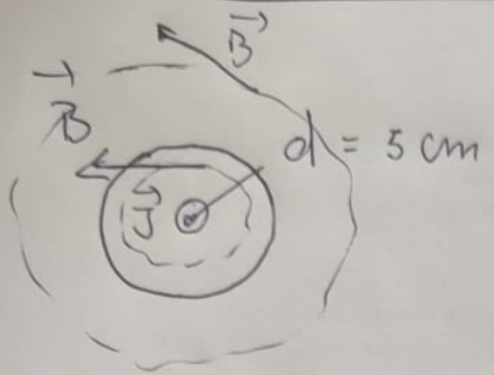
Faccio lo stesso per un parallelepipedo passante in $\pm x_A$

$$\phi(E) = \int_{\text{PARALLELEP.}} \vec{E}\cdot\hat{u}_n \, d\Sigma = 2E_A\Sigma_p = \frac{\rho\,\Sigma_p}{\varepsilon_0} 2x_A =$$

$$= \frac{\rho\,\Sigma_p}{\varepsilon_0} 2\frac{D}{2} = \frac{\rho\,\Sigma_p D}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E_A = \frac{\rho D}{2\varepsilon_0} = \frac{E_B}{2} = \frac{100\,V/m}{2} = 50\,\frac{V}{m}$$

ESERCIZIO 4



Calcola il campo $\vec B$ usando la legge di Ampere dentro e fuori il conduttore:

- $r > d$ $\quad \Gamma(\vec B) = \oint \vec B \cdot d\vec s = \mu_0 \int \vec J \cdot \hat u_n \, d\Sigma$

$$\Rightarrow B\, 2\pi r = \mu_0 \int J_0 \left(\frac{r}{d}\right) d\Sigma =$$

$$= \frac{\mu_0 J_0}{d} \int_0^d r \; 2\pi r \, dr = \frac{2\pi \mu_0 J_0}{d} \int_0^d r^2 dr =$$

$$= \frac{2\pi \mu_0 J_0}{d} \frac{d^3}{3} \Rightarrow \boxed{B = \mu_0 J_0 \frac{d^2}{3r}}$$

- $r < d$ $\quad \Gamma(\vec B) = \oint \vec B \cdot d\vec s = \mu_0 \int \vec J \cdot \hat u_n \, d\Sigma$

$$\Rightarrow B\, 2\pi r = \mu_0 \int_0^r J_0 \left(\frac{r'}{d}\right)(2\pi r' dr') =$$

$$= \frac{\mu_0 J_0}{d} 2\pi \frac{r^3}{3} \Rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 J_0}{d} \frac{r^2}{3}}$$

$$\boxed{B_{MAX} = B(r = d) = \frac{\mu_0 J_0 d}{3}}$$