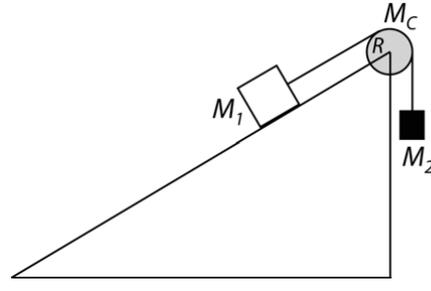




Prova di esame del 9 Gennaio 2025 - TESTO PROVA DI ESAME
IV APPELLO – a.a. 2023-24

Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente.

1. Un oggetto viene lanciato verso l'alto con velocità iniziale $v_0 = 10$ m/s. Se la velocità cambia segno a 6 m di altezza, da che quota è stato lanciato? Quanto vale l'accelerazione nel momento in cui la velocità cambia segno?
 2. Un corpo di massa $M_1 = 1$ kg scivola su un piano scabro inclinato di un angolo $\alpha = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale. Il coefficiente di attrito dinamico vale $\mu_d = 0.5$. Il corpo è collegato ad un peso di massa $M_2 = 2$ kg, che pende nel vuoto, mediante una corda ideale che gira intorno ad una carrucola, come in figura. Determinare se il corpo scende o sale. La corda fa ruotare (senza slittamento) la carrucola, che ha massa $M_C = 3$ kg. Calcolare la tensione della corda in corrispondenza del corpo di massa M_1 e del peso di massa M_2 . Determinare quale dovrebbe essere il valore del coefficiente di attrito statico per impedire al corpo di scivolare.
- 
3. Intorno ad un pianeta extrasolare sconosciuto una sonda spaziale percorre un'orbita circolare di raggio $R_1 = 10^7$ m con velocità $V_1 = 2.29$ km/s. Una seconda sonda percorre un'orbita con velocità $V_2 = 1.74$ km/s. Calcolare il raggio dell'orbita percorsa dalla seconda sonda e determinare la densità del pianeta sapendo che il suo raggio è un 1/4 di quello dell'orbita della prima sonda.
 4. In un recipiente cilindrico di capacità termica trascurabile dotato di pistone, che può muoversi senza attrito contro la pressione atmosferica, è presente 1 kg di acqua. Posto a contatto con una sorgente (si consideri adiabatico il sistema formato dalla sorgente e dal recipiente), il recipiente viene riscaldato e portato alla temperatura di 100°C fino a quando tutta l'acqua non risulti trasformata in vapore (assimilabile a un gas perfetto). In tali condizioni si verifica che il volume del recipiente è aumentato di 1.67 m³. Assumendo il calore latente di evaporazione dell'acqua pari a $\lambda_{fus} = 543$ cal/g, si calcoli, durante l'intero processo di ebollizione: a) il lavoro fatto del sistema; b) il calore fornito all'acqua; c) la variazione di energia interna del sistema.
 5. Un cilindro conduttore di calore è chiuso da un pistone scorrevole mentre l'ambiente che lo circonda si trova ad una temperatura $T_0 = 300$ K. Nel cilindro sono contenute $n = 2$ moli di gas perfetto. Il gas viene compresso velocemente a partire da uno stato di equilibrio fino a dimezzarne il volume. Raggiunge quindi l'equilibrio cedendo all'ambiente $Q = 4500$ J. Si calcoli il lavoro compiuto dal gas, la sua variazione di entropia e quella dell'ambiente circostante.

Rispondere facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

- T1. Ricavare l'espressione del momento d'inerzia di una sbarra cilindrica sottile rispetto a un asse perpendicolare alla sbarra stessa e passante per un suo estremo.
- T2. Dimostrare l'equivalenza dei due enunciati del II principio della Termodinamica.



E1. Essendo il moto uniformemente accelerato con accelerazione $|g| = 9.81 \text{ m/s}^2$ diretta verso il basso si ha: $v^2 = v_0^2 - 2gx$. All'altezza di 6 m si ha $v = 0 \text{ m/s}$ (cambia segno \rightarrow si annulla). Se ne deduce che x necessario per annullare v è pari a $5 \text{ m} = v_0^2/2g$. L'altezza da cui l'oggetto viene lanciato è pertanto $6 \text{ m} - 5 \text{ m} = 1 \text{ m}$. L'accelerazione durante il moto è costante ed è pari ad $\mathbf{a} = -g \mathbf{z}$.

E2. Con i dati assegnati M_2 scende e M_1 sale.

$$\begin{cases} M_1 a = T_1 - M_1 g \sin \alpha - \mu_d R_N \\ M_2 a = M_2 g - T_2 \\ I_c \dot{\omega} = T_2 R - T_1 R \end{cases}$$

Essendo $I_c = \frac{1}{2} M_c R^2$ e $\dot{\omega} = \frac{a}{R}$

$$\left(\frac{1}{2} M_c + M_2 + M_1 \right) a = (M_2 - M_1 \sin \alpha) g - \mu_d M_1 g \cos \alpha \quad \Rightarrow \quad a = 2.3 \frac{m}{s^2}$$

$$T_2 = M_2 (g - a) = 15.0 \text{ N}$$

$$T_1 = T_2 - \frac{1}{2} M_c (g - a) = 11.5 \text{ N}$$

Se il corpo non si muove, la carrucola non ruota e si ha:

$$T_1 = T_2 = M_2 g = M_1 g \sin \alpha + \mu_s M_1 g \cos \alpha$$

da cui $\mu_s = (M_2 - M_1 \sin \alpha) / M_1 \cos \alpha = 1,7$

E3. Per un'orbita circolare, la forza gravitazionale è la causa dell'accelerazione centripeta:

$$\frac{GMm}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \quad \text{da cui} \quad R = \frac{GM}{v^2}$$

Il prodotto GM è costante per le due orbite: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{v_2^2}{v_1^2}$ da cui $R_1 = 17 \times 10^3 \text{ km}$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{Rv^2}{GV} = 1.2 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$$

E4. Essendo la pressione esterna costante, $L = p_{atm} \Delta V = 167 \text{ kJ}$. Il calore assorbito è

quello necessario per il cambiamento di fase $Q = m\lambda_{fus} = 543 \text{ kcal} = 2270 \text{ kJ}$. La

variazione di energia interna si ottiene dal primo principio della termodinamica

$$\Delta U = Q - L = 2270 - 167 = 2103 \text{ kJ}$$

E5. La veloce compressione iniziale si può considerare adiabatica, mentre la seconda trasformazione è isocora, con lavoro compiuto nullo. La temperatura finale è la stessa di quella iniziale T_0 . Essendo uguale T nello stato iniziale e finale si ha: $\Delta U = Q - L = 0$ da cui $L = Q = -4500 \text{ J}$. La variazione di entropia è data da: $\Delta S_{gas} = nR \ln V_{fin}/V_{in} = -11.5 \text{ J/K}$. L'ambiente aumenta la sua entropia a causa del calore ceduto dal gas: $\Delta S_{amb} = Q/T_0 = 15 \text{ J/K}$
