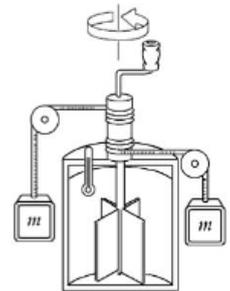




Prova di esame del 2 Settembre 2024 - TESTO PROVA DI ESAME
III APPELLO – a.a. 2023-24

Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente.

1. Un punto materiale, inizialmente fermo, inizia a muoversi su una traiettoria circolare di raggio $R = 1 \text{ m}$ con accelerazione tangenziale $a_t = kt$ essendo $k = 1 \text{ m/s}^3$. Calcolare il modulo dell'accelerazione, dell'accelerazione tangenziale e di quella normale al termine del primo giro.
2. Un cavo di massa trascurabile è teso in posizione verticale mediante un'opportuna tensione applicata ai suoi estremi. Il cavo passa all'interno di un piccolo manicotto libero di muoversi tra gli estremi vincolati del cavo. Se il manicotto è lasciato libero di scivolare verso il basso, si osserva una differenza $\Delta T = 20 \text{ mN}$ tra le tensioni applicate ai due estremi del cavo. Nell'ipotesi che la forza di attrito si mantenga costante durante la discesa, si determinino il suo modulo e il suo verso.
3. Due sfere omogenee di ugual raggio e densità $d_1 = d_0/4$ e $d_2 = 3/2 d_0$, collegate da una fune ideale, vengono immerse in un liquido di densità d_0 . All'equilibrio una delle due sfere non tocca il fondo; l'altra emerge parzialmente dal liquido. Determinare la frazione di volume non immerso di questa sfera.
4. Si consideri l'apparecchio di Joule mostrato in figura. Le due masse sono uguali, di valore $m = 1.50 \text{ kg}$ ciascuna, ed il recipiente, termicamente isolato, contiene $m = 200 \text{ g}$ di acqua. Determinare l'aumento di temperatura dell'acqua, facendo cadere liberamente le masse per un'altezza $h = 3.00 \text{ m}$, una volta che il sistema ha raggiunto lo stato finale di equilibrio.
5. Un massa $m_1 = 0.1 \text{ kg}$ di ghiaccio alla temperatura $T_1 = -10^\circ \text{ C}$ viene mescolata adiabaticamente con una massa $m_2 = 0.2 \text{ kg}$ di vapor d'acqua a temperatura $T_2 = 160^\circ \text{ C}$ a pressione atmosferica.
 - a) Si dica quale sarà la composizione finale della miscela una volta raggiunto l'equilibrio termico: quali fasi saranno presenti (tra acqua ghiaccio e vapore) e le relative masse.
 - b) Determinare la variazione di entropia del vapor d'acqua durante la trasformazione. ($c_{gh} = 2220 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$; $c_{ac} = 4187 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$; $c_{va} = 1952 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$; $\lambda_{va} = 2261 \text{ kJ/kg}$; $\lambda_{gh} = 330 \text{ kJ/kg}$).



Rispondere facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

- T1. Supponendo di avere un grafico che rappresenti l'andamento dell'energia potenziale in funzione di una variabile spaziale [ad esempio $U(x)$], descrivere come si individuano i diversi punti (o regioni) di equilibrio.
- T2. Dimostrare l'equivalenza dei due enunciati del II principio della Termodinamica.



E1. $a_t = kt$, da cui integrando si ottiene la velocità $v = 1/2kt^2$ e integrando quest'ultima si ottiene lo spazio $s = 1/6kt^3$. Dopo il primo giro il punto ha percorso uno spazio $s = 2\pi R$ da cui si calcola il tempo necessario per percorrere un giro dato da $t = \sqrt[3]{12\pi R/k}$. Corrispondentemente il modulo dell'accelerazione tangenziale è $a_t = \sqrt[3]{12\pi k^2 R} = 3.35 \text{ m/s}^2$ mentre quello della velocità è $v = 1/2k(12\pi R/k)^{2/3}$ e conseguentemente $a_n = v^2/R = 31.58 \text{ m/s}^2$. Infine il modulo dell'accelerazione è $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = 31.75 \text{ m/s}^2$.

E2. Le forze applicate sulla corda (tensioni e attrito) sono tutte verticali. La forza di attrito esercitata sulla corda da parte del manico è uguale e contraria alla forza di attrito che la corda esercita sul manico.

Dal momento che la corda è ideale: $\sum \vec{F} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{A} = 0 \Rightarrow |\vec{A}| = \Delta T = 20 \text{ mN}$

La forza di attrito applicata alla corda è diretta verso il basso; quella applicata al manico è diretta verso l'alto.

E3. La sfera 2 è completamente immersa, il sistema è in equilibrio, da cui: $(V - V_{em}) d_0 g - V d_1 g + V d_0 g - V d_2 g = M_{tot} a = 0$. Se ne deduce che $(V - V_{em}) d_0 - V d_1 + V d_0 - V d_2 = 0$. Da cui $V_{em}/V = (2*d_0 - d_1 - d_2)/d_0 = 0.25$.

E4. Si applica il primo principio della termodinamica al sistema termicamente isolato:

$$Q = 0 \Rightarrow \Delta U_{\text{sistema}} = Q - L_{\text{acqua}} = 0 + L_{\text{palette}}$$

$$L_{\text{palette}} = L_{\text{pesi}} = \Delta U_{\text{pot}} = 2mgh$$

Il lavoro fatto dai pesi è uguale al lavoro fatto dalle palette sull'acqua. Il lavoro si traduce in un incremento della temperatura dell'acqua.

$$2mgh = \Delta U_{\text{sistema}} = cm_{\text{acqua}} \Delta T \Rightarrow \Delta T = \mathbf{0.105 \text{ K}}$$

E5. Il calore necessario a riscaldare il ghiaccio fino a 0°C è pari a $mc_{gh}\Delta T = 2.22 \text{ kJ}$, il vapore d'acqua si raffredda di $\Delta T = -Q/mc_{va} = -5.7 \text{ °C}$ e raggiunge $T = 154.3 \text{ °C}$. Successivamente il ghiaccio si scioglie assorbendo $Q = m \lambda_{gh} = 33 \text{ kJ}$. Il vapore d'acqua raggiunge $T = 100 \text{ °C}$ (e fornisce 21.2 kJ in questa trasformazione) e poi comincia a liquefarsi per fornire i rimanenti 11.8 kJ. A tal fine vengono liquefatti 5.2 g di vapore d'acqua ($m \lambda_{va} = 11.8 \text{ kJ}$). L'acqua comincia ora a riscaldarsi: per portarla tutta a 100 °C serve $Q = 41.87 \text{ kJ}$, calore che verrà fornito dal vapore d'acqua che si liquefà. La massa liquefatta di vapore è pari a $m = Q/\lambda_{va} = 18.5 \text{ g}$. A questo punto si ottiene la miscela finale **(a): 123.7 g di acqua a 100 °C in equilibrio termico con 176.3 g di vapore d'acqua a 100 °C**. Il vapore d'acqua compie due trasformazioni: una in cui diminuisce la sua temperatura da 160 a 100 °C ed una in cui vengono liquefatti 23.7 g a $T = 100 \text{ °C}$. La corrispondente variazione di entropia **(b)** è $\Delta S_{va} = m \ln(T_f/T_i) + m \lambda_{va} / T = -58.2 \text{ J/K} - 143.6 \text{ J/K} = -201.8 \text{ J/K}$
