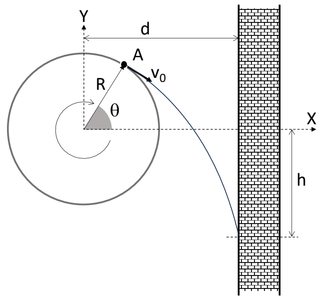
SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio
10 gennaio 2025 – prova scritta di Fisica 1

1) Una ruota di raggio R=40 cm, vincolata al centro, gira su se stessa in un piano verticale con frequenza f = 1 giro/s costante. All'istante t_0=0 un corpo materiale A, presente sul bordo, si trova in posizione θ_0=60° rispetto all'orizzontale e si distacca iniziando a cadere. Determinare la velocità di distacco e l'altezza verticale h del punto dove il corpo A urterà un muro posto ad una distanza d=2R=80cm dal centro.

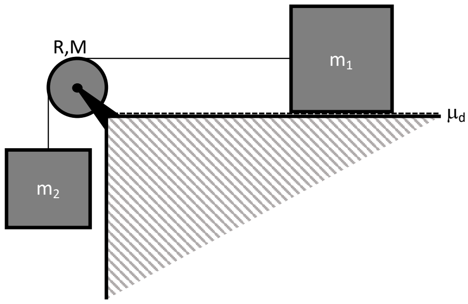


2) Un bambino gioca a lanciare una scatolina di massa m=100g su per una rampa di altezza h=2m e inclinata di 30° rispetto all'orizzontale. La rampa è scabra con coefficiente di attrito dinamico μ_d=0,3. Calcolare:

a) la velocità con cui il bambino deve lanciare la scatolina affinché arrivi alla sommità h;

b) la velocità con cui la scatolina ritornerà al bambino scendendo.

3) Due masse, m_1=2m=2 kg ed m_2=m=1 kg, sono collegate insieme mediante una fune inestensibile di massa trascurabile che scorre senza strisciare in una puleggia (a forma cilindrica) di massa M = 4m = 4 kg e raggio R. Il corpo 1 scivola su un piano orizzontale scabro con coefficiente di attrito dinamico μ_d=0,25. Calcolare l'accelerazione delle masse.



4) Un uovo è preso dal frigorifero alla temperatura di T_F=6°C e immerso in acqua bollente. Determinare la quantità di calore assorbita dall'uovo durante la cottura, al termine della quale l'uovo raggiunge la temperatura di T_C=65°C. Si trascuri il contributo legato al cambiamento di struttura chimica dell'uovo, approssimabile ad una sfera di raggio r_u=2,5 cm e densità ρ_u=1,02 g/cm^3, con calore specifico c_u=3,32 J/g°C.

5) N moli di O_2 eseguono un ciclo termodinamico reversibile in cui vengono inizialmente fatte espandere adiabaticamente fino a raddoppiare il volume. Successivamente il gas viene compresso isotermicamente fino al volume iniziale ed infine riscaldato a volume costante fino a raggiungere la pressione originale. Si calcoli il rendimento del ciclo.

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

del 10 gennaio 2025 – Soluzioni dello scritto di Fisica 1

1) La frequenza f=1 giro/s corrisponde ad una $\omega = 2\pi \frac{rad}{s}$.
Quindi la velocità di distacco è in modulo:

$$v_0 = \omega R \cong 2{,}5 \frac{m}{s}.$$

Le equazioni del moto del corpo A in caduta libera sono:

$$\begin{cases} x(t) = R\cos(\theta) + v_0 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) t \\ y(t) = R\sin(\theta) - v_0 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x(t) = R\cos(\theta) + v_0 \sin(\theta)\, t \\ y(t) = R\sin(\theta) - v_0 \cos(\theta)\, t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

La condizione di raggiungimento del muro si ha per $x(t_1) = d = 2R$.
Pertanto si può calcolare il tempo t_1:

$$d = 2R = R\cos(\theta) + v_0 \sin(\theta)\, t_1 \quad \rightarrow \quad t_1 = \frac{2-\cos(\theta)}{\sin(\theta)} \cdot \frac{R}{R\omega} = \frac{2-\cos(\theta)}{\omega \sin(\theta)}$$

e la posizione $y(t_1)$:

$$y(t_1) = R\sin(\theta) - R\cos(\theta)\frac{2-\cos(\theta)}{\sin(\theta)} - \frac{1}{2} g \left(\frac{2-\cos(\theta)}{2\pi \sin(\theta)}\right)^2 \cong -37\ cm$$

2) Possiamo utilizzare il bilancio energetico sia in salita sia in discesa.

a) In salita:

$$\frac{1}{2} m v^2 = mgh + |L_{attrito}| = mgh + \mu_d m g \cos\theta \cdot \frac{h}{\sin\theta}$$

da cui:

$$v = \sqrt{2gh(1 + \mu_d \operatorname{cotg}\theta)} \cong 7{,}7 \frac{m}{s}$$

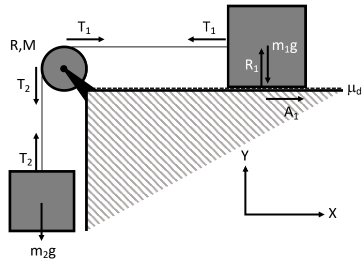
b) In discesa:

$$mgh = \frac{1}{2} m v^2 + |L_{attrito}| = \frac{1}{2} m v^2 + \mu_d m g \cos\theta \cdot \frac{h}{\sin\theta}$$

da cui:

$$v = \sqrt{2gh(1 - \mu_d \operatorname{cotg}\theta)} \cong 4{,}3 \frac{m}{s}$$

3) Applichiamo le equazioni cardinali della dinamica ai due corpi e alla puleggia nell'ipotesi che m_2 scenda per effetto del peso:



$$\begin{cases} m_1 \vec{a}_1 = \vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{A}_1 + \vec{T}_1 \\ m_2 \vec{a}_2 = \vec{P}_2 + \vec{T}_2 \\ I\vec{\alpha} = \vec{M}_{T1} + \vec{M}_{T2} \end{cases}$$

Scomponiamo le equazioni nelle direzioni X Y:

$$\begin{cases} x: \quad -m_1 a = -T_1 + A_1 \\ y: \quad -m_2 a = -P_2 + T_2 \\ rotaz: \quad I\alpha = -RT_1 + RT_2 \end{cases}$$

Nell'ipotesi di rotolamento puro della puleggia:

$$I\alpha = \frac{1}{2}MR^2\frac{a}{R} = RT_2 - RT_1$$

Pertanto le equazioni diventano:

$$\begin{cases} m_1 a = T_1 - A_1 \\ m_2 a = P_2 - T_2 \\ \frac{1}{2}Ma = T_2 - T_1 \end{cases}$$

Risolvendo si ottiene:

$$a = \frac{P_2 - A_1}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M} = \frac{m_2 - \mu_d m_1}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M}g = \frac{m - \frac{1}{4}2m}{2m + m + \frac{1}{2}4m}g = \frac{0,5}{5}g = 0,1g = 0,981\frac{m}{s^2}$$

4) Il calore assorbito dall'uovo è dato dalla relazione

$$Q = m_u\, c_u\, \Delta T.$$

Ricordando che il volume di una sfera è:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

la sua massa sarà:

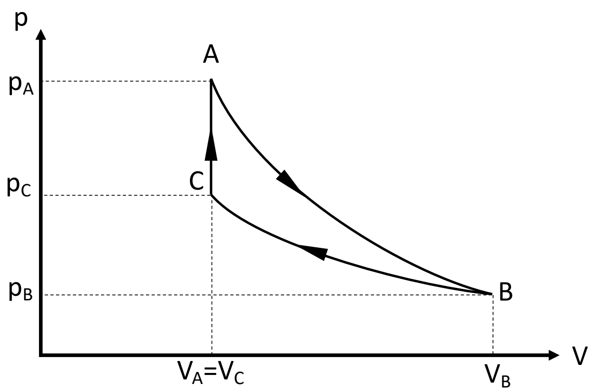
$$m = \rho V = \rho\frac{4}{3}\pi r^3 = 66,7\ g$$

da cui il calore associato ad una variazione di temperatura di 59°C sarà:

$$Q = \rho\frac{4}{3}\pi r^3\, c_u\, \Delta T = 13,1\ kJ$$

5) Il rendimento del ciclo è per definizione il rapporto tra il lavoro totale e il calore assorbito, che può anche scriversi utilizzando la forma compatta:

$$\eta = \frac{L_{totale}}{Q_{assorbito}} = 1 + \frac{Q_{ceduto}}{Q_{assorbito}}.$$



Dobbiamo identificare in quali trasformazioni il calore venga ceduto e in quali venga assorbito. Lungo l'adiabatica per definizione:

$$Q_{AB} = 0.$$

Lungo la trasformazione isoterma BC ($T_B = T_C$):

$$Q_{BC} = L_{BC} = nRT_B \ln\frac{V_C}{V_B} = -nRT_B \ln 2 < 0 \quad \rightarrow \quad Q_{BC} = Q_{ceduto}$$

Pertanto il gas assorbirà calore lungo la trasformazione isocora CA (e infatti il testo dice che in questa trasformazione il gas viene riscaldato, quindi assorbe calore esterno):

$$Q_{assorbito} = Q_{CA} = nc_V(T_A - T_C) = nc_V(T_A - T_B) > 0$$

Per poter calcolare numericamente il rendimento dobbiamo determinare il valore della temperatura del punto B. Usiamo l'equazione politropica per l'adiabatica AB (essendo l'ossigeno biatomico γ=7/5):

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \quad \rightarrow \quad T_B = T_A\left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1} = T_A\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma-1} = T_A 2^{1-\gamma}$$

A questo punto possiamo calcolare il rendimento:

$$\eta = 1 + \frac{Q_{ceduto}}{Q_{assorbito}} = 1 - \frac{nRT_A 2^{1-\gamma}\ln 2}{n\frac{5}{2}RT_A(1 - 2^{1-\gamma})} = 1 - \frac{2^{2-\gamma}\ln 2}{5(1 - 2^{1-\gamma})}$$

L'ossigeno è un gas biatomico per cui $\gamma = \frac{7}{5}$, da cui:

$$\eta = 1 - \frac{2^{\frac{3}{5}} \ln 2}{5\left(1 - 2^{-\frac{2}{5}}\right)} = 0{,}13$$