



FACOLTÀ DI INGEGNERIA CIVILE E INDUSTRIALE  
Corso di laurea in Ingegneria Clinica

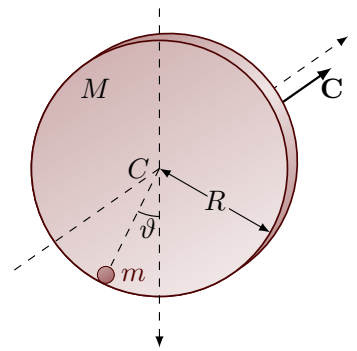
Anno Accademico 2023-2024

Prova scritta dell'esame di Fisica I - 6 settembre 2024

*Risolvete, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.*

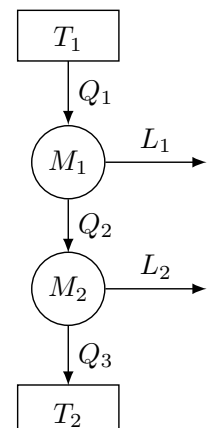
1. Su di un piano orizzontale è posta una piattaforma circolare di raggio  $r$  che ruota con velocità angolare costante  $\omega$  attorno all'asse verticale passante per il suo centro. Dalla superficie della piattaforma, a distanza  $d < r$  dal suo centro, una massa puntiforme è lanciata verso l'alto perpendicolarmente alla piattaforma con velocità di intensità  $v_0$  misurata da un osservatore solidale con la piattaforma stessa. Si determini  $v_0$  sapendo che la massa puntiforme, sottoposta alla sola forza di gravità, cade sul piano orizzontale su cui giace la piattaforma a distanza  $D$  dal suo centro.

2. Un disco rigido omogeneo di massa  $M$  e di raggio  $R = 50$  cm, è libero di ruotare intorno ad un asse disposto orizzontalmente e passante per il suo centro  $C$ . Sul bordo del disco viene fissata rigidamente una massa puntiforme  $m$ . Il disco viene quindi ruotato fino a formare un angolo  $\vartheta = 10^\circ$  con la verticale (orientata verso il basso) e viene mantenuto inizialmente in equilibrio mediante l'applicazione di una coppia il cui momento ha la direzione dell'asse di rotazione e modulo  $C = 0,4 \text{ N} \cdot \text{m}$ . Successivamente, il disco viene lasciato libero di muoversi. In queste condizioni viene misurato il periodo delle piccole oscillazioni  $T = 2,4$  s. Determinare il valore della massa del disco  $M$ .



3. Un gas ideale è contenuto all'interno di un contenitore rigido, inizialmente alla temperatura di  $0^\circ\text{C}$ . In seguito all'assorbimento di una quantità di calore  $Q = 1,25 \times 10^5$  J la pressione ne risulta triplicata. Calcolare la capacità termica del gas, supposta costante per tutta la trasformazione.

4. Due macchine termiche  $M_1$  ed  $M_2$  sono collegate in cascata tra loro cosicché il calore ceduto dalla prima macchina diviene il calore assorbito dalla seconda macchina (vedi figura). Si determini il rendimento del sistema complessivo formato dalla cascata di  $M_1$  ed  $M_2$  essendo noti solamente i rendimenti  $\eta_1$  ed  $\eta_2$  delle due macchine  $M_1$  ed  $M_2$ , rispettivamente.





SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DELL'ESAME DI FISICA I DEL 06/09/2024  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CLINICA

**Esercizio N. 1**

Rispetto a un osservatore solidale con il piano orizzontale, la massa viene lanciata con una velocità che ha una componente  $\mathbf{v}_0$  perpendicolare al piano (velocità relativa), e una componente  $\mathbf{v}_p$  parallela al piano orizzontale (velocità di trascinamento) di modulo  $\omega d$ . Di conseguenza, il tempo di volo della massa è:

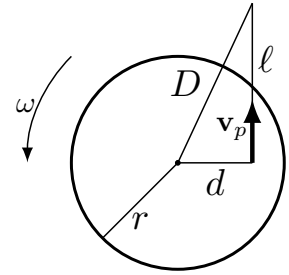
$$t_v = \frac{2v_0}{g}.$$

In questo intervallo di tempo, lo spazio  $\ell$  percorso in direzione di  $\mathbf{v}_p$  è:

$$\ell = v_p t_v = \omega d \left( \frac{2v_0}{g} \right)$$

e poiché  $\ell = \sqrt{D^2 - d^2}$  si ricava

$$v_0 = \frac{\sqrt{D^2 - d^2}}{2\omega d} g.$$



**Esercizio N. 2**

Il periodo delle piccole oscillazioni è dato da:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\text{tot}}}{M_{\text{tot}} g L_{CO}}}$$

con

$$I_{\text{tot}} = \frac{1}{2}MR^2 + mR^2 = \frac{1}{2}(M + 2m)R^2 \quad M_{\text{tot}} = M + m \quad L_{CO} = \frac{m}{m + M}R$$

avendo indicato con  $L_{CO}$  la distanza dall'asse di rotazione del centro di massa del sistema. Sostituendo tali valori nell'espressione di  $T$  si trova:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(M + 2m)R}{2mg}} \Rightarrow M = \frac{T^2}{4\pi^2} \frac{2mg}{R} - 2m.$$

Il valore di  $m$  si può ricavare considerando il momento necessario a mantenere il sistema in equilibrio; quando è spostato di un angolo  $\vartheta$  dalla posizione di equilibrio deve essere:

$$C = mgR \sin \vartheta \Rightarrow m = \frac{C}{gR \sin \vartheta} \simeq 0,47 \text{ kg}$$

da cui si ricava  $M \simeq 1,75 \text{ kg}$ .

L'esercizio può anche essere risolto considerando il solo peso della massa  $m$  a fare momento rispetto al polo  $C$  sull'intero sistema, scrivendo così il periodo di oscillazione nella forma:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\text{tot}}}{mgR}}.$$

### Esercizio N. 3

Per definizione, la capacità termica è:

$$C = \frac{dQ}{dT}$$

e considerando che  $C$  è supposta costante durante la trasformazione si ha:

$$C = \frac{Q}{\Delta T}.$$

Poichè la trasformazione è isocora, rimane costante il rapporto  $T/p$ ; pertanto la temperatura finale è:

$$T_{\text{fin}} = 3T_{\text{in}} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{Q}{T_{\text{fin}} - T_{\text{in}}} = 229 \text{ J/K} = 54,7 \text{ cal/K}.$$

### Esercizio N. 4

Il rendimento della macchina termica formata dalle macchine  $M_1$  ed  $M_2$  messe in cascata è:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_3|}{|Q_1|}.$$

I valori di  $|Q_1|$  e  $|Q_3|$  possono essere trovati analizzando separatamente i rendimenti delle due macchine; infatti, si ha:

$$\begin{aligned} \eta_1 = 1 - \frac{|Q_2|}{|Q_1|} &\Rightarrow |Q_1| = \frac{|Q_2|}{1 - \eta_1} \\ \eta_2 = 1 - \frac{|Q_3|}{|Q_2|} &\Rightarrow |Q_3| = (1 - \eta_2)|Q_2| \end{aligned}$$

In conclusione, sostituendo i valori di  $|Q_1|$  e  $|Q_3|$  nell'espressione di  $\eta$  si trova

$$\eta = 1 - (1 - \eta_1)(1 - \eta_2) \quad \Rightarrow \quad \eta = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1\eta_2 = \eta_1 + \eta_2(1 - \eta_1).$$

Alternativamente, l'esercizio può essere risolto utilizzando i lavori prodotti:

$$\eta = \frac{L_1 + L_2}{|Q_1|} \quad \eta_1 = \frac{L_1}{|Q_1|} \quad \eta_2 = \frac{L_2}{|Q_2|}$$

cosicché si ha

$$\eta = \frac{\eta_1|Q_1| + \eta_2|Q_2|}{|Q_1|} = \eta_1 + \eta_2 \frac{|Q_2|}{|Q_1|}.$$

Poiché

$$\frac{|Q_2|}{|Q_1|} = 1 - \eta_1$$

si trova  $\eta = \eta_1 + \eta_2(1 - \eta_1)$ .