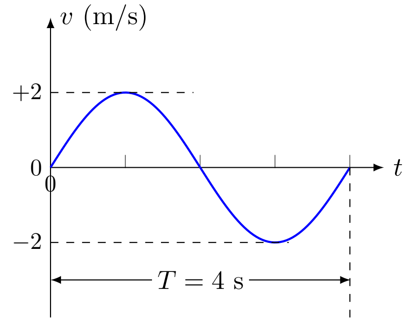
FACOLTÀ DI INGEGNERIA CIVILE E INDUSTRIALE
Corso di laurea in Ingegneria Clinica

Anno Accademico 2023-2024
Prova scritta dell'esame di Fisica I - 12 aprile 2024

Risolvete, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.



1. Un punto si muove di moto armonico lungo l'asse delle x con una velocità che varia nel tempo secondo la legge mostrata a lato. Si determini la distanza percorsa dal punto tra gli istanti $t_1 = 0$ e $t_2 = T/4$.

2. Una fune ideale è avvolta intorno ad una carrucola a forma di disco omogeneo di massa $M = 2\,\text{kg}$ e raggio $R = 20\,\text{cm}$. All'estremo libero della fune è legata una massa $m = 150\,\text{g}$. All'istante $t = 0$ la massa m comincia a muoversi scendendo lungo la verticale, partendo da ferma da una quota $H = 2\,\text{m}$ rispetto al suolo. Sapendo che la fune si muove a contatto con la carrucola senza strisciare, si calcolino l'accelerazione angolare della carrucola e la velocità con cui la massa tocca il suolo.

3. Un contenitore cilindrico adiabatico chiuso da un pistone mobile anche esso adiabatico contiene una mole di gas perfetto monoatomico inizialmente in equilibrio con la pressione esterna p_0 alla temperatura $t = 0\,°\text{C}$. La pressione esterna viene poi dimezzata in modo reversibile. Calcolare la temperatura finale del gas e il lavoro fatto dal gas durante l'espansione.

4. Determinare la variazione di entropia dell'universo quando si mescolano in un contenitore termicamente isolato $m_1 = 0{,}4\,\text{kg}$ di acqua alla temperatura $t_1 = 100\,°\text{C}$ e $m_2 = 0{,}6\,\text{kg}$ di acqua alla temperatura $t_2 = 0\,°\text{C}$.

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DELL'ESAME DI FISICA I DEL 12/04/2024
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CLINICA

Esercizio N. 1

Dato l'andamento di $v(t)$, deve essere $v(t) = v_0 \sin \omega t$ con $v_0 = 2\,\mathrm{m/s}$ e $\omega = \pi/2$ rad/s. Poiché è

$$x(t) = \int v_0 \sin \omega t dt = -\frac{v_0}{\omega} \cos \omega t + \mathrm{cost.}$$

si ha:

$$x_1 = x(t_1) = -\frac{v_0}{\omega} + \mathrm{cost.} \qquad \mathrm{e} \qquad x_2 = x(t_2) = -\frac{v_0}{\omega} \cos\left(\frac{2\pi}{T}\frac{T}{4}\right) + \mathrm{cost.} = \mathrm{cost.}$$

e quindi si trova

$$x_2 - x_1 = \frac{v_0}{\omega} = \frac{4}{\pi}\mathrm{m}.$$

In alternativa, lo spazio percorso si può calcolare come:

$$x_2 - x_1 = \int_0^{T/4} v_0 \sin \omega t dt = -\frac{v_0}{\omega} \cos \omega t \Big|_0^{T/4} = \frac{v_0}{\omega}$$

Esercizio N. 2

Se $\mathbf{T}$ è la tensione della fune e $\boldsymbol{\alpha}$ l'accelerazione angolare della carrucola, si ha:

$$\begin{cases} m\mathbf{a} = \mathbf{F}_{\mathrm{tot}}, & \text{per la massa } m; \\ I\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{M}, & \text{per la carrucola } M. \end{cases}$$

Le proiezioni di queste due equazioni lungo l'asse y diretto verso il suolo con origine nel punto di partenza della massa m, e lungo l'asse z normale al piano di giacitura della carrucola sono, rispettivamente:

$$y)\ \ ma = mg - T$$

$$z)\ \ I\alpha = \left(\frac{1}{2}MR^2\right)\frac{a}{R} = TR$$

essendo $a = \alpha R$. Ricavando la tensione T dalla seconda equazione e sostituendola nella prima, si ottiene:

$$a = \frac{2m}{2m + M}g \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{a}{R} = \frac{2m}{2m + M}\frac{g}{R} = 6{,}4\,\mathrm{rad/s}.$$

Essendo il moto della massa m uniformemente accelerato si può scrivere

$$v(t) = at$$

$$y(t) = \frac{1}{2}at^2$$

giungendo al suolo, $y(t') = H$, nell'istante

$$t' = \sqrt{\frac{2H}{a}}$$

con una velocità

$$v(t') = at' = \sqrt{2Ha} = \sqrt{\frac{4mgH}{2m + M}} \simeq 2{,}3\,\mathrm{m/s}.$$

Esercizio N. 3

Utilizzando l'espressione di un'adiabatica reversibile di un gas perfetto, si ha:

$$T_f = T_0 \left(\frac{p_0}{p_f}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 207\,\mathrm{K}.$$

con $p_f = p_0/2$ e $\gamma = 5/3$ (gas perfetto monoatomico).
Dal primo principio della termodinamica (con $Q = 0$, trasformazione adiabatica), si ricava:

$$L = -\Delta U = -\frac{3}{2}R\Delta T = 825\,\mathrm{J}.$$

Esercizio N. 4

Indicando con T_1, T_2 e T_e le temperature iniziali delle due masse d'acqua e la temperatura di equilibrio finale, rispettivamente, poiché il contenitore è termicamente isolato, si ha:

$$cm_1(T_e - T_1) + cm_2(T_e - T_2) = 0 \quad \Rightarrow \quad T_e = \frac{m_1T_1 + m_2T_2}{m_1 + m_2} = 313\,\mathrm{K}.$$

La variazione di entropia delle due masse d'acqua è:

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_E} cm_1 \frac{dT}{T} = -0{,}07\,\mathrm{kcal/K} \qquad \text{e} \qquad \Delta S_2 = \int_{T_2}^{T_E} cm_2 \frac{dT}{T} = 0{,}082\,\mathrm{kcal/K}.$$

Si trova così:

$$\Delta S_{\text{universo}} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 0{,}012\,\mathrm{kcal/K} \simeq 50{,}2\,\mathrm{J/K}.$$