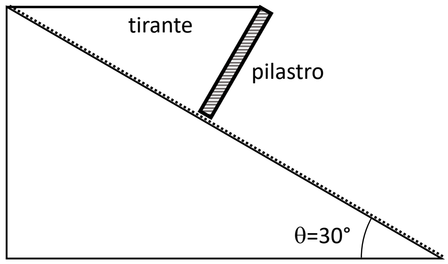
SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio
3 settembre 2024 – prova scritta di Fisica 1

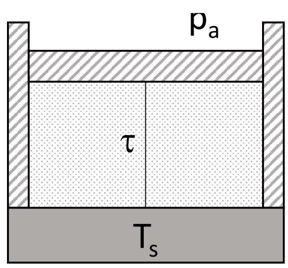
1) Un blocco di massa M_1 = 4 kg è appoggiato sopra un altro scabro blocco di massa M_2 = 10 kg, posto a sua volta su di un tavolo orizzontale anch'esso scabro. Al corpo 2 inferiore viene applicata una forza orizzontale F=70 N tale da far muovere i due blocchi solidalmente con accelerazione a=3 m/s^2. Calcolare l'attrito che si esercita tra i due blocchi e tra il blocco 2 il suolo.

2) Un'asta omogenea di massa m = 200 g e lunghezza d = 70 cm è vincolata a ruotare intorno ad un suo estremo O su un piano orizzontale perfettamente liscio. Nell'estremo O è applicato un motore che esercita un momento costante $\vec{M}_0 = M_0\hat{k}$ $(M_0 = 0{,}07\ Nm)$. Il motore è fatto funzionare per t_1 = 30 s e poi spento. Determinare A) la velocità angolare dell'asta nell'istante in cui viene spento il motore e B) la potenza media consumata dal motore.

3) Un pilastro di calcestruzzo alto 2m, piccolo di base (considerarlo unimensionale) e massa 1200 kg, è appoggiato su un piano scabro inclinato di 30° rispetto all'orizzontale. Per reggerlo nella posizione verticale rispetto al piano, la sommità è collegata ad un tirante orizzontale. Calcolare: la forza esercitata dal tirante, l'attrito sotto il pilastro e la reazione del piano inclinato.



4) Un recipiente cilindrico adiabatico, la cui base ha un'area A=0,5 m^2, è posto verticalmente e contiene 2 moli di un gas perfetto monoatomico alla temperatura T_0=300K. La parte superiore del cilindro è chiusa da un pistone adiabatico di massa m=100kg, a perfetta tenuta che può scorrere senza attrito. Il pistone è collegato alla base inferiore tramite un filo inestensibile di massa trascurabile il cui carico di rottura è τ=1220N. Inizialmente il sistema cilindro si trova all'equilibrio con l'ambiente esterno alla pressione di p_a=0,1 atm: in queste condizioni il filo è teso ma con tensione nulla. Ad un certo istante l'isolamento adiabatico della faccia inferiore viene rimosso e il gas interno inizia a scambiare calore con una sorgente alla temperatura T_s, finché il filo interno non si spezzerà. Considerando la trasformazione subita dal gas dallo stato di equilibrio iniziale fino a quello finale che precede la rottura del filo, si calcoli: A) il calore scambiato dal gas, B) la temperatura T_S della sorgente sapendo che l'entropia dell'universo è variata di ΔS_U=0,8 J/K. (1 atm=101325 N/m^2, R=8,2057x10^{-5} m^3 atm K^{-1} mol^{-1}).



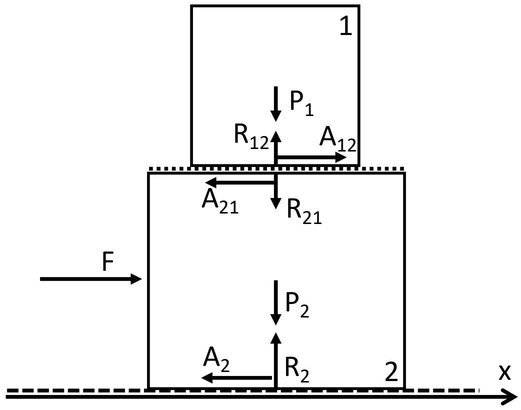
5) La macchina termica operante in una centrale termoelettrica da P=500 MW di potenza elettrica d'uscita può essere schematizzata come una macchina di Carnot operante tra T_1=550K e T_2=330K. Determinare: A) la potenza termica assorbita dalla sorgente termica T_1; B) la potenza termica ceduta alla sorgente termica T_2.

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

3 settembre 2024 – Soluzioni dello scritto di Fisica 1

1) Calcoliamo il bilancio delle forze e agiscono sul corpo 1 e sul corpo 2:

$$\vec{P}_1 + \vec{R}_{12} + \vec{A}_{12} = M_1\vec{a}$$
$$\vec{P}_2 + \vec{R}_{21} + \vec{R}_2 + \vec{A}_{21} + \vec{A}_2 + \vec{F} = M_2\vec{a}$$



dove R_{12}= R_{21}= R_1, e A_{12}= A_{21}=A_1.

Scomponiamo le equazioni in direzione orizzontale:

$$M_1 a = A_1$$
$$M_2 a = F - A_1 - A_2$$

Da cui:

$$A_1 = M_1 a = 12\ N$$
$$A_2 = F - (M_1 + M_2)a = 28\ N$$

2A) Possiamo applicare la seconda equazione cardinale della dinamica:

$$I\alpha = M_0 \quad \rightarrow \quad \alpha = \frac{M_0}{I} \quad \rightarrow \quad \alpha = \frac{3M_0}{md^2},$$

ricordando che

$$I = \frac{1}{3}md^2.$$

Quindi la velocità angolare di B vale:

$$\omega = \alpha t = \frac{M_0}{I}t = \frac{3M_0}{md^2}t = 64{,}3\ rad/s$$

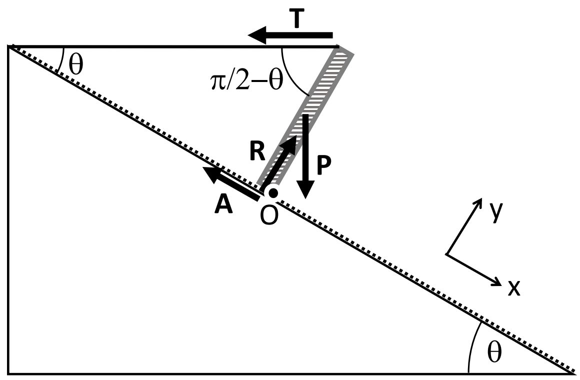
2P) La potenza media può essere calcolata come rapporto tra il lavoro compiuto e il tempo impiegato, avendo calcolato il lavoro come la variazione dell'energia cinetica:

$$Potenza = \frac{L}{t} = \frac{\Delta T}{t} = \frac{I\omega^2}{2t} = \frac{I}{2t}\cdot\frac{M_0^2 t^2}{I^2} = \frac{3M_0^2 t}{2md^2} = 2{,}25\ W$$

3) Applichiamo le equazioni cardinali della dinamica in regime statico:

$$\vec{T} + \vec{P} + \vec{R} + \vec{A} = 0$$
$$\vec{M}_P + \vec{M}_T = 0$$

(rispetto al polo di rotazione O).



Scomponendo rispetto a x,y si ha:

$$P\sin\theta - A - T\cos\theta = 0$$
$$R - P\cos\theta - T\sin\theta = 0$$
$$hT\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - \frac{h}{2}P\sin\theta = 0$$

Risolvendo si ottiene:

$$T = \frac{P}{2}\tan\theta = 3398 \sim 3400\ N$$

$$A = \frac{P}{2}\sin\theta = 2943 \sim 2950\ N$$
$$R = P\left(\cos\theta + \frac{1}{2}\tan\theta\sin\theta\right) = 11894 \sim 11900\ N$$

4A) Inizialmente (con il filo teso ma senza tensione), la pressione interna sarà:
$$p_0 = p_a + \frac{mg}{A} = 12090\frac{N}{m^2} \sim 0{,}12\ atm \sim 12{,}09\ KPa$$
A questa pressione è associata una temperatura T_0 e un volume:
$$V_0 = \frac{nRT_0}{p_0} = 0{,}412\ m^3$$
Esattamente nel momento in cui avverrà la rottura del filo, la pressione interna del gas sarà bilanciata sia dalla pressione esterna ambiente, sia dal peso del pistone sia dal filo:
$$p = p_a + \frac{mg}{A} + \frac{\tau}{A} = 14490\frac{N}{m^2} \sim 0{,}143\ atm \sim 14{,}49\ KPa.$$
Tuttavia il volume sarà sempre lo stesso, $V = V_0$ mentre la temperatura sarà:
$$T = \frac{pV_0}{nR} = 359\ K$$
Il calore scambiato lungo questa trasformazione isocora sarà quindi:
$$Q = nc_v(T - T_0) = 1476\ J$$

4B) L'entropia dell'universo varia sia la variazione di entropia del gas sia per la variazione di entropia della sorgente:
$$\Delta S_U = \Delta S_{gas} + \Delta S_S = nc_v \ln\frac{T}{T_0} + \frac{Q}{T_S}$$
Pertanto:
$$T_S = \frac{Q}{nc_v \ln\frac{T}{T_0} - \Delta S_U} = 401\ K.$$

5A) Essendo una macchina di Carnot, il rendimento può essere scritto come:
$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{L}{Q_1}$$
Moltiplicando e dividendo per il tempo su ha:
$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{\frac{L}{t}}{\frac{Q_1}{t}} = \frac{P_{elettrica}}{P_1}$$
Pertanto la potenza termica scambiata con la sorgente T_1 sarà:
$$P_1 = \frac{P_{elettrica}}{\eta} = \frac{P_{elettrica}}{1 - \frac{T_2}{T_1}} = 1{,}25\ GW$$

5B) Poiché il lavoro totale della macchina è numericamente uguale alla somma algebrica dei calori scambiati, dividendo per il tempo si ottiene una equivalente relazione per le potenze:
$$L = Q_1 + Q_2 \quad \rightarrow \quad P_{elettrica} = P_1 - P_2 \quad \rightarrow \quad P_2 = P_1 - P_{elettrica} = 750\ MW$$