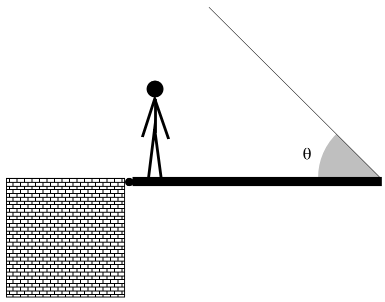
SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio
8 luglio 2024 – prova scritta di Fisica 1

1) Una persona di massa M (80 kg) si trova in piedi in un estremo di un carrello ferroviario di massa m (40 kg) e lungo L (10 m) inizialmente fermo. Il carrello di può muovere liberamente lungo il binario (trascurare l'attrito di rotazione delle ruote). Ad un certo istante la persona inizia a camminare sul carrello con velocità V_0=1,1 m/s: determinare in quanto tempo raggiungerà l'altro estremo. Quanto tempo impiegherebbe se invece di camminare a velocità costante andasse con una accelerazione di 0,5 m/s^2?

2) Una ruota (assimilabile ad un cilindro di raggio R=35cm e massa m=3 kg) inizialmente ferma, comincia a rotolare giù senza strisciare lungo una strada inclinata di un angolo θ=5° rispetto all'orizzontale. Calcolare A) la sua velocità dopo essere scesa di una distanza L=100m lungo la strada; B) il valore dell'attrito statico tra ruota e pavimento. Trascurare l'attrito dell'aria.



3) Una persona di massa M=80 kg deve salire su una barca usando una passerella (lunga L=6m e massa m=10 kg) che da una parte è incardinata ad un molo mediante una cerniera priva di attrito e dall'altra è sorretta da una fune che forma un angolo θ=40° con l'orizzontale, come in figura. Purtroppo la fune è logora (carico di rottura τ=890N) e non è in grado di sopportare il peso della persona. Determinare che distanza dal molo raggiungerà la persona quando la fune si romperà. Calcolare l'accelerazione angolare della passerella nell'istante di rottura della fune.

4) Un bicchiere contiene 300 cm^3 di acqua alla temperatura T_A=20°C. Nel bicchiere vengono messi dei cubetti di ghiaccio alla temperatura T_G =-5°C. Determinare quanta deve essere la massa del ghiaccio affinché la temperatura finale dell'acqua sia T=6°C. ($c_A = 4{,}18 \frac{kJ}{kg\,K}$, $c_G = 2{,}05 \frac{kJ}{kg\,K}$, $\lambda = 333{,}5 \frac{kJ}{kg}$).

5) Una mole di gas perfetto monoatomico esegue un ciclo termodinamico formato da una trasformazione isocora che, partendo dallo stato A, ne raddoppia la pressione fino allo stato B; successivamente si ha una espansione isobara che raddoppia il volume del gas (stato C), seguita da una espansione adiabatica fino allo stato D. A questo punto il gas ritorna allo stato termodinamico iniziale seguendo una compressione isoterma. Disegnare il ciclo sul piano di Clapeyron, determinare di quanto il volume dello stato D è maggiore del volume dello stato A e calcolarne il rendimento.

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

8 luglio 2024 – Soluzioni dello scritto di Fisica 1

1) Poiché il sistema è isolato si conserva la quantità di moto totale:

$$0 = m\vec{v} + M\vec{V}$$

da cui si trova che il carrello si muove con una velocità:

$$\vec{v} = -\frac{M}{m}\vec{V}$$

Il moto della persona è quindi:

$$x_P = V_0 t$$

il moto dell'altro estremo del carrello è:

$$x_C = L - \frac{M}{m}V_0 t$$

si incontrano quando:

$$x_P = x_C \quad \rightarrow \quad V_0 t = L - \frac{M}{m}V_0 t \quad \rightarrow \quad t = \frac{L}{V_0} \cdot \frac{m}{m+M} \cong 3\,s$$

Nel caso in cui la persona accelerasse, applicando il 3° Principio della dinamica:

$$0 = m\vec{a} + M\vec{A}$$

$$\vec{a} = -\frac{M}{m}\vec{A}$$

da cui:

$$x_P = \frac{1}{2}At^2$$

$$x_C = L - \frac{1}{2}\frac{M}{m}A\,t^2$$

$$x_P = x_C \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}At^2 = L - \frac{1}{2}\frac{M}{m}A\,t^2 \quad \rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2L}{A}\frac{m}{m+M}} \cong 3{,}651\,s$$

2) Essendo un moto di rotolamento puro, per il calcolo della velocità applichiamo la conservazione dell'energia meccanica:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2.$$

Ricordando che il momento d'inerzia di un cilindro vale:

$$I = \frac{1}{2}mR^2$$

che l'altezza del dislivello vale:

$$h = L\sin\theta$$

e che nel moto di rotolamento

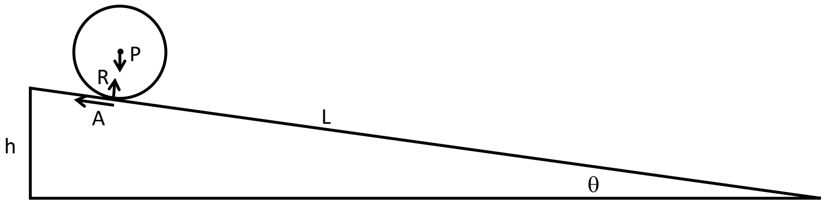
$$\omega = \frac{v}{R}$$

otteniamo

$$mgL\sin\theta = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4}mv^2 = \frac{3}{4}mv^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{4}{3}gL\sin\theta} = 10{,}7\,\frac{m}{s}$$

Per il calcolo dell'attrito applichiamo le due equazioni cardinali della dinamica:

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{A}$$
$$I\vec{\Omega} = \vec{M}_A$$



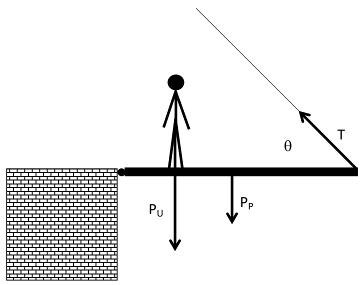
avendo preso come riferimento per le rotazioni il centro di massa della ruota.
Scomponendo la prima lungo il piano e applicando la condizione di rotolamento puro si ha:

$$ma_x = mg\sin\theta - A$$
$$\frac{1}{2}mR^2\frac{a_x}{R} = RA \quad \rightarrow \quad ma_x = 2A$$

Sostituendo si ottiene

$$A = \frac{1}{3}mg\sin\theta = 0{,}85\ N$$

3) Applichiamo la seconda equazione cardinale in regime statico prendendo ad esempio come polo di rotazione la cerniera sul molo:



$$\vec{M}_{P_U} + \vec{M}_{P_P} + \vec{M}_T = 0$$
$$TL\sin\theta - M_U gx - M_P g\frac{L}{2} = 0$$

Imponiamo che il filo si spezzi, cioè $T = \tau$, da cui:

$$x = \frac{\tau L\sin\theta - M_P g\frac{L}{2}}{M_U g} = 4\ m$$

Nel momento in cui il filo si spezza non agisce più: pertanto la seconda equazione cardinale diventa:

$$I\Omega = -M_U gx - M_P g\frac{L}{2}$$

dove il momento d'inerzia vale:

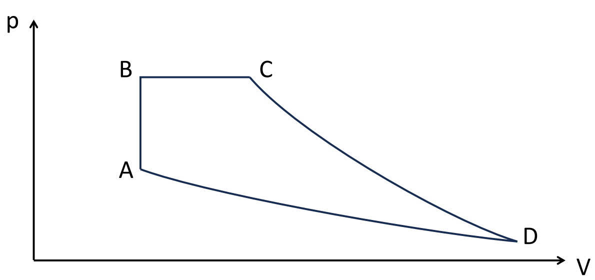
$$I = \frac{1}{3}M_P L^2 + M_U x^2$$
$$\Omega = -\frac{M_U x + M_P\frac{L}{2}}{\frac{1}{3}M_P L^2 + M_U x^2}g = -2{,}45\frac{rad}{s^2}$$

4) considerando il bicchiere adiabatico, acqua e ghiaccio scambiano calore solo tra di loro:

$$Q_A + Q_G = 0 \quad \rightarrow \quad m_A c_A(t - t_A) + m_G c_G(0° - t_G) + m_G\lambda + m_G c_A(t - 0°) = 0$$
$$m_G = m_A\frac{c_A(t_A - t)}{-c_G t_G + \lambda + c_A t} = 0{,}048kg \cong 0{,}05\ kg$$

ricordando che per l'acqua 300 $cm^3 = 300gr = 0{,}3kg$.

5)



$stato\ A$: p_A, V_A, T_A
$stato\ B$: $p_B = 2p_A, V_B = V_A, T_B = 2T_A$
$stato\ C$: $p_C = p_B = 2p_A, V_C = 2V_A, T_C = 4T_A$
$stato\ D$: $T_D = T_A$
usiamo la funzione adiabatica TV: $TV^{\gamma-1} = cost$

$$T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1}$$

sostituendo:

$$4T_A\,2^{\gamma-1}V_A^{\gamma-1} = T_A V_D^{\gamma-1} \quad\rightarrow\quad 2^{\gamma+1}V_A^{\gamma-1} = V_D^{\gamma-1} \quad\rightarrow\quad V_D = 2^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}\,V_A = 2^{\frac{\frac{5}{3}+1}{\frac{5}{3}-1}}\,V_A = 2^4\,V_A = 16\,V_A$$

Per il rendimento:

$$Q_{AB} = c_v(T_B - T_A) = \frac{3}{2}RT_A > 0$$

$$Q_{BC} = c_p(T_C - T_B) = 5RT_A > 0$$

$$Q_{DA} = RT_A \ln\frac{V_A}{V_D} = -RT_A \ln 16 < 0$$

$$\eta = 1 + \frac{Q_{ceduto}}{Q_{assorbito}} = 1 + \frac{Q_{DA}}{Q_{AB} + Q_{BC}} = 1 - \frac{2\ \ln 16}{13} \cong 0{,}57$$