Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corsi di laurea in Ing. Meccanica

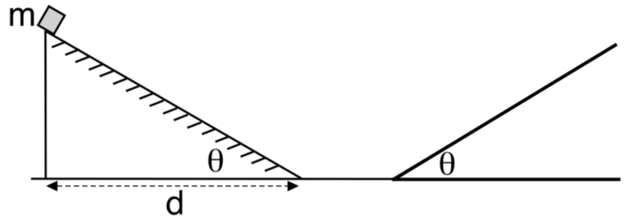
Corso di Fisica Generale I
Proff. Marco Rossi e Alessio Sarti

Prova di esame del 15 Febbraio 2019
V APPELLO Ordinario – a.a. 2017-18

Risolvere, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.

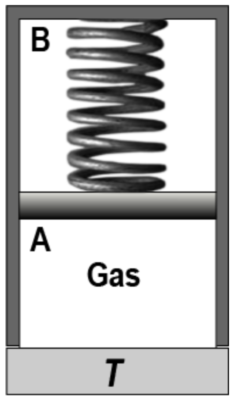
1. Un disco inizialmente fermo viene fatto ruotare con accelerazione angolare costante di modulo α_1=5 rad/s^2. Dopo un tempo t_1=45 s l'accelerazione angolare cessa e il disco ruota con velocità angolare costante ω per un tempo t_2=25 s. Il disco decelera quindi in maniera costante per un ulteriore tempo t_3=40 s fino a fermarsi. Si determini: ***a)*** quanti giri compie il disco complessivamente; ***b)*** quanto vale il modulo della decelerazione angolare durante la fase di frenata.

2. Sul piano inclinato di sinistra (ϑ = 30°, d = 3.46 m) è presente attrito (μ_s = 0.4 e μ_d = 0.16), mentre tutte le altre superfici possono essere considerate come lisce. Dopo aver verificato che il blocchetto di massa (assimilabile ad un punto materiale) m = 0.5 kg riesce ad arrivare sul tratto piano, determinare la velocità con cui il blocchetto transita ad una quota h/3 sul piano inclinato di destra, essendo h la quota massima che il corpo raggiunge nella sua risalita sul piano di destra.



3. Assumendo la Terra fissa, l'orbita della Luna circolare e trascurando la presenza di qualunque altro corpo celeste: ***a)*** si determini la velocità scalare e la velocità angolare della Luna lungo la sua orbita; ***b***) si determini il valore della velocità di fuga sulla superficie della Luna (ignorando la presenza della Terra). ***c)*** si verifichi se la velocità determinata al punto b) è sufficiente per potersi allontanare indefinitamente anche dalla Terra (considerando Terra e Luna gli unici corpi celesti presenti).
[R_{TL}= 3.84x10^8 m*; R_T= 6.37x10^6* m*; R_L= 1.74x10^6* m*; M_T= $\underline{5}$.97x10^{24}* kg*; M_L= $\underline{7}$.35x10^{22}* kg*]*

4. Un gas perfetto monoatomico (n=0.3) è racchiuso in una delle due sezioni in cui è suddiviso l'interno di un recipiente cilindrico, le cui pareti esterne sono adiabatiche con l'eccezione della base che è in contatto con una sorgente termica ideale la cui temperatura T può essere variata.
La sezione A in cui è contenuto il gas è delimitata da un pistone mobile che può scorrere senza attrito, di massa trascurabile. La sezione B (in cui c'è il vuoto) ha un'altezza h, determinata dalla lunghezza di una molla (di massa trascurabile) di costante elastica K=50kN/m. Inizialmente il sistema è in equilibrio con T_0=300 K e h_0=20 cm.
Si fornisce quindi calore in maniera reversibile al gas (attraverso la base conduttrice) fino a comprimere la molla ad un valore finale doppio di quello iniziale. Determinare: ***a)*** la deformazione iniziale Δl_0 della molla; ***b)*** la temperatura finale T_f del gas; ***c)*** il calore Q assorbito dal gas.



5. Due macchine termiche utilizzano le stesse sorgenti, alle temperature T_1 = 280K e T_2 = 500K. La prima macchina, reversibile, assorbe Q_2 = 3.6kJ e produce il lavoro W. La seconda macchina, irreversibile con rendimento η_2 = 0.37, produce lo stesso lavoro W. Calcolare: ***a)*** il lavoro W; ***b)*** i calori Q'_1 e Q'_2 scambiati dalla seconda macchina con le due sorgenti a T_1 e T_2 ; ***c)*** la variazione di entropia dell'universo conseguente ad un ciclo delle due macchine.

Sezione TEORIA

Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

T1. Dimostrare che la variazione di energia meccanica di un sistema isolato coincide con il lavoro delle forze non conservative.

T2. Dimostrare che l'Entropia di un sistema isolato non può diminuire.

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corsi di laurea in Ing. Meccanica

Corso di Fisica Generale I
Proff. Marco Rossi e Alessio Sarti

Prova di esame del 18 Gennaio 2019
V APPELLO Ordinario – a.a. 2017-18

- - - - - - *SOLUZIONI* - - - - - -

1) Il moto angolare è inizialmente uniformemente accelerato, con partenza da fermo:

$$\omega = \alpha_1 t_1 = 225\text{rad/s} \qquad \theta_1 = \frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 = 5062.5\text{rad}$$

Nella seconda fase la velocità angolare rimane costante: $\theta_2 = \omega t_2 = 5625\text{rad}$

Nell'ultima fase si ha una decelerazione costante α' che porta all'annullamento della velocità angolare nel tempo t_3.

$$\omega = \alpha' t_3 \qquad \rightarrow \qquad \alpha' = 5.625\text{rad/s}^2$$

$$\theta_3 = \omega t_3 - \frac{1}{2}\alpha' t_3^2 = \omega t_3 - \frac{1}{2}\frac{\omega}{t_3}t_3^2 = \frac{1}{2}\omega t_3 = 4500\text{rad}$$

Il numero di giri completi complessivamente coperti è: $n = \lfloor \frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3}{2\pi} \rfloor = 2417$

---

2) Dalla condizione di staticità si ottiene come condizione limite: $\mu_s > \tan\vartheta = 0.57$. Essendo $\mu_s = 0.4$ il blocchetto scivola. La velocità sul piano di destra quando il corpo raggiunge l'altezza h massima è nulla, e questa si ottiene da: $mg\,(H-h) - \mu_d\, mgL\cos\vartheta = 0$.

Da cui $\boldsymbol{h} = H - \mu_d L \cos\vartheta =$ **1.45 *m***. Quando il corpo transita ad $h/3$ la sua energia cinetica è $\frac{1}{2} m v_h^2 = mg\,(H-h/3) - \mu_d\, mgL\cos\vartheta$ da cui $\boldsymbol{v_h} = (2g\,(H - h/3 - \mu_d \cos\vartheta\, L))^{1/2} =$ **4.35 *m/s***.

---

3) La luna compie un moto circolare uniforme dove l'accelerazione centripeta è data dall'accelerazione che il campo gravitazionale terrestre impone ad una distanza pari a R_{TL}:

$$G\frac{M_T}{R_{TL}^2} = \frac{v_L^2}{R_{TL}} = \omega_L^2 R_{TL} \qquad \rightarrow \qquad \begin{cases} v_L &= \sqrt{\frac{GM_T}{R_{TL}}} \sim 1020\text{m/s} \sim 283\text{km/h} \\ \omega_L &= v_L/R_{TL} \sim 2.65 \cdot 10^{-6}\text{rad/s} \end{cases}$$

$$T_L = \frac{2\pi}{\omega_L} \sim 2.37 \cdot 10^6\text{s} \sim 27.4 \text{ giorni}$$

Dal momento che si può generalizzare che l'accelerazione di gravità sulla superficie di un pianeta di massa M e raggio R è uguale a $\alpha = GM/R^2$

$$g_L = g_T \frac{M_L}{M_T}\left(\frac{R_T}{R_L}\right)^2 \sim .165 g_T \sim 1.62\mathrm{m/s^2}$$

La velocità di fuga da un pianeta è tale che l'energia cinetica è in grado di compensare la variazione di energia potenziale dalla superficie del pianeta all'infinito. Imponendo all'infinito lo zero dell'energia potenziale gravitazionale:

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = G\frac{Mm}{R} \qquad \rightarrow \qquad v_f = \sqrt{\frac{2MG}{R}} \qquad\qquad v_{f_L} = \sqrt{\frac{2M_L G}{R_L}} \sim 2.37\mathrm{km/s}$$

Considerando un riferimento solidale con la Terra (nei limiti delle approssimazioni fatte, da ritenere inerziale) un corpo sulla superficie della Luna ha un'energia potenziale gravitazionale:

$$U = -G\frac{mM_T}{R_{TL}} - G\frac{mM_L}{R_L} \qquad ed \ \ essendo \ \ \frac{1}{2}mv_{f_{TL}}^2 + U = 0 \qquad \Rightarrow \quad v_{f_{TL}} \approx 2.78 km/s$$

---

4) Sul pistone agiscono la forza dovuta alla pressione del gas e la compressione della molla. Indicando con S la sezione del cilindro

a) $p_0 S = K\Delta l = \frac{nRT_0}{Sh}S \qquad \Rightarrow \quad \Delta l = \frac{nRT_0}{Kh} = 0.075m$

b) Nello stato finale $\quad V_f = S(h+\Delta l) \qquad p_f S = K2\Delta l = K2\frac{nRT_0}{Kh} \qquad \Rightarrow \quad p_f = \frac{2nRT_0}{Sh}$

$$T_f = \frac{p_f V_f}{nR} \qquad \Rightarrow \quad T_f = 2T_0\left(1+\frac{\Delta l}{h}\right) = 824K$$

c) Il lavoro necessario a comprimere la molla vale: $L = \frac{1}{2}K\left(2\Delta l\right)^2 - \frac{1}{2}K\Delta l^2 = 420J$

Quindi dal I principio: $Q_a = \Delta U + L = n\frac{3}{2}R\left(T_f - T_0\right) + L = 2382J$

---

5) η_R = 0.44. *W* = 1.58 kJ. *Q'₂* = 4.27 kJ; *Q'₁* = -2.69 kJ. *ΔSu* = *ΔSu₂* = 1.07 J/K