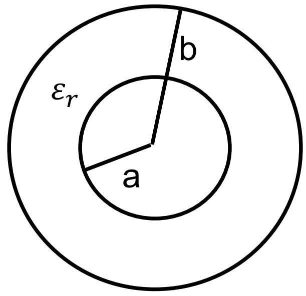
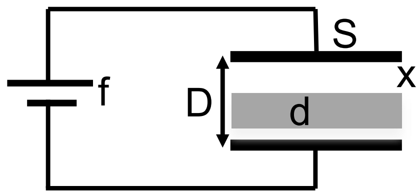
SAPIENZA, UNIVERSITA' DI ROMA
Ingegneria Elettrotecnica

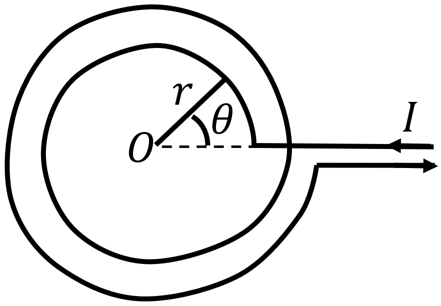
Prova scritta di Fisica 2 – 26 ottobre 2018



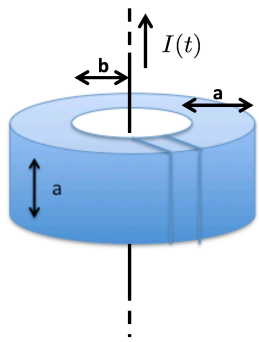
Esercizio 1 (8 punti)
Data una sfera conduttrice di raggio a e carica Q, circondata da un guscio sferico di dielettrico di costante dielettrica relativa ε_r e raggi a e b, determinare la densità di carica di polarizzazione sulle due superfici del dielettrico ed il potenziale in ogni punto dello spazio assumendo nullo il potenziale all'infinito.



Esercizio 2 (8 punti)
Il condensatore piano in figura, di sezione S e distanza tra le armature D, è parzialmente riempito con un materiale conduttore di spessore d, ed è collegato con un generatore di forza elettromotrice f. Determinare il lavoro necessario per estrarre il conduttore.



Esercizio 3 (8 punti)
Dato il circuito in figura pecorso da una corrente stazionaria I, e con il raggio r che varia lungo l'angolo θ secondo la legge $r = r_0 + k\theta$ con r_0 e k costanti note, determinare il campo di induzione magnetica nel punto O.



Esercizio 4 (8 punti)
Su un toro a sezione quadrata di lato **a** e raggio interno **b** sono avvolte **N spire**, di resistenza totale **R**. Il toro e' concentrico ad un filo rettilineo molto lungo dove scorre una corrente $I(t) = I_0\cos\omega t$. Ricavare la corrente che circola nel toro.

Domanda
Enunciare e dimostrare il teorema di Gauss.

Soluzioni

Esercizio 1

$r > b \qquad E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

$a < r < b \qquad E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2} \qquad V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b} + \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{b}\right)$

$r < a \qquad E = 0 \qquad V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b} + \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left(\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b}\right)$

$\sigma_{pol} = \vec{P}\cdot\hat{n} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E}\cdot\hat{n} \qquad \sigma_{pol\,1} = -\dfrac{(\varepsilon_r - 1)}{4\pi\varepsilon_r a^2}Q \qquad \sigma_{pol\,2} = \dfrac{(\varepsilon_r - 1)}{4\pi\varepsilon_r b^2}Q$

Esercizio 2

$C_i = \dfrac{\varepsilon_0 S}{D - d} \qquad C_f = \dfrac{\varepsilon_0 S}{D} \qquad Q_i = C_i f = f\dfrac{\varepsilon_0 S}{D - d} \qquad Q_f = C_f f = f\dfrac{\varepsilon_0 S}{D}$

$L_{gen} = f\Delta Q = f^2\varepsilon_0 S\left(\dfrac{1}{D} - \dfrac{1}{D - d}\right) = -f^2\varepsilon_0 S\dfrac{d}{D(D - d)}$

$\Delta U_{cond} = \dfrac{1}{2}f\Delta Q = -\dfrac{1}{2}f^2\varepsilon_0 S\dfrac{d}{D(D - d)} \qquad L_{extr} + L_{gen} = \Delta U_{cond} \rightarrow$

$L_{extr} = -L_{gen} + \Delta U_{cond} = \dfrac{1}{2}f^2\varepsilon_0 S\dfrac{d}{D(D - d)}$

Esercizio 3

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}I\frac{d\vec{l}\times\Delta\vec{r}}{\Delta r^3} \qquad dB = \frac{\mu_0}{4\pi}I\frac{r d\theta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}I\frac{d\theta}{(r_0 + k\theta)}$$

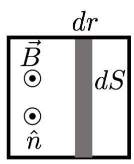
$$B = \int_0^{4\pi} dB = \frac{\mu_0}{4\pi}I\int_0^{4\pi}\frac{d\theta}{(r_0 + k\theta)} = \frac{\mu_0}{4\pi k}I\log\left(\frac{r_0 + 4\pi k}{r_0}\right)$$

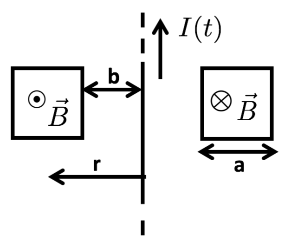
Esercizio 4

$$B(t) = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi r}$$

$$\Phi_{toro} = N\Phi_{spira} = N\int_{spira}\vec{B}\cdot\hat{n}dS$$

$$= N\int_a^{a+b}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}(adr) = \frac{\mu_0 N I(t) a}{2\pi}\ln\left(\frac{a+b}{b}\right)$$





$$I_{toro}(t) = \frac{f_{em}^{toro}}{R} = -\frac{d\Phi}{dt}\frac{1}{R} = \frac{\mu_0 N a I_0\omega\sin\omega t}{2\pi R}\ln\left(\frac{a+b}{b}\right)$$