

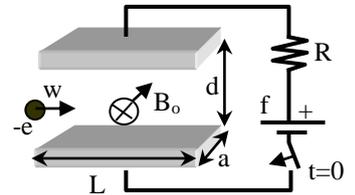


FISICA

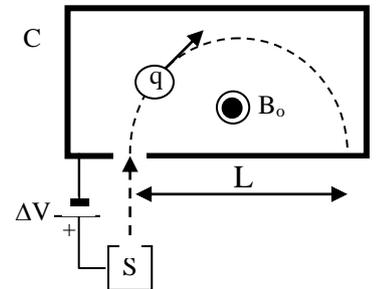
A.A. 2023-2024
Ingegneria Gestionale
17 prova

Da scansionare ed inviare per email entro sabato 1 giugno

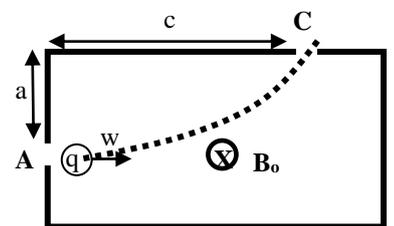
1. Un condensatore piano è costituito da due armature rettangolari identiche di spigoli a, L , poste alla distanza d . Il processo di carica avviene per $t > 0$ dopo la chiusura dell'interruttore del circuito RC descritto in figura. Fra le armature del condensatore viene anche applicato un vettore induzione magnetica uniforme B_0 . Dovendo lanciare un elettrone alla velocità w fra le armature del condensatore nella direzione parallela al lato L , è necessario attendere un tempo ΔT prima del lancio in modo da mantenere la traiettoria rettilinea. Determinare il tempo di attesa ΔT [Dati: $B_0 = 0.1 \text{ T}$, $w = 10^3 \text{ m/s}$, $R = 10 \text{ M}\Omega$, $d = 1 \text{ mm}$, $L = 1 \text{ m}$, $a = 1 \text{ m}$, $f = 1 \text{ V}$]



2. Per misurare le masse degli ioni, Dempster utilizzò il dispositivo in figura. Nella camera S viene prodotto uno ione di carica $+q$ e di massa m praticamente in quiete. Lo ione viene quindi accelerato dalla differenza di potenziale ΔV fino ad entrare, da una fenditura, nella camera C dove è presente solo un vettore di induzione magnetica B_0 , uniforme e diretto come in figura. Nella camera C lo ione descrive un arco di circonferenza fino ad urtare la parete della camera a distanza L dalla fenditura. Note le quantità q , B_0 , L , ΔV , trovare il valore della massa m dello ione.



3. Uno ione di carica $+q$ e di massa m viene lanciato orizzontalmente alla velocità w ed entra dalla fenditura A in una camera parallelepipedica dove è presente una induzione magnetica uniforme B_0 ortogonale alla velocità. Lo ione viene quindi deflesso fino ad uscire dalla fenditura C praticata sulla parete orizzontale. Conoscendo le posizioni delle fenditure di ingresso ed uscita, la massa e la carica dello ione, l'intensità dell'induzione magnetica determinare il valore della velocità di lancio w necessaria per poter uscire dalla camera. (Si trascurino gli effetti gravitazionali)



4. Una molecola elettricamente neutra si trova inizialmente in quiete in una camera a nebbia dove è applicato un campo magnetico uniforme $B_0 = 2 \text{ T}$. A causa della instabilità intrinseca della molecola, essa si divide, a causa di sole forze interne di impulso $I = 6 \cdot 10^{-20} \text{ kgm/s}$, in due ioni di massa $m_1 = 2 \cdot 10^{-23} \text{ kg}$, $m_2 = 6 \cdot 10^{-23} \text{ kg}$ di carica rispettivamente $+e$, $-e$, che partono con versi opposti delle velocità. A causa della presenza del campo magnetico ortogonale alle velocità entrambe le traiettorie degli ioni si incurvano. Determinare il raggio di curvatura dei due ioni e se e dopo quanto tempo i due ioni si incontrano di nuovo. [Si assuma $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$]



FISICA

A.A. 2023-2024

Ingegneria Gestionale

Soluzioni della 17^a prova

1. L'elettrone attraversa una regione di spazio dove sono simultaneamente non nulli campo elettrico e campo magnetico e subisce una forza complessiva $\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_L = -e\vec{E}(t) - e\vec{w} \times \vec{B}_o$

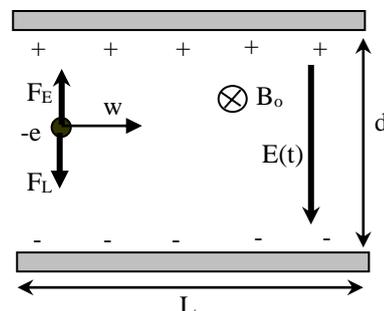
La forza totale si annulla quando $E(t) = wB_o$

Il campo elettrico all'interno del condensatore varia quindi con legge

$$E(t) = \frac{\Delta V_c}{d} = \frac{f(1 - \exp(-t/RC))}{d} \quad \text{dove } C = \epsilon_o \frac{aL}{d} = \mathbf{8.84 \text{ nF}}, \quad \tau = RC = \mathbf{88 \text{ ms}}$$

Combinando le equazioni si ottiene il tempo di attesa necessario affinché l'elettrone percorra una

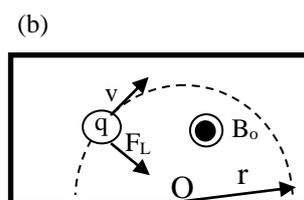
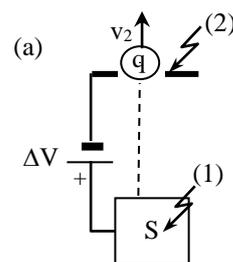
traiettoria rettilinea, imponendo $E(\Delta T) = wB_o$, da cui $\Delta T = RC \cdot \ln\left(\frac{f}{f - dwB_o}\right) = \mathbf{9.3 \text{ ms}}$



2. Lo ione prodotto nella camera S ed accelerato dalla differenza di potenziale ΔV , descrive inizialmente un moto rettilineo acquistando energia cinetica dalla posizione (1), alla posizione (2) di ingresso alla camera C (fig.a). Applicando la legge di conservazione dell'energia nelle due posizioni si ottiene $T_1 + U_1 = T_2 + U_2$ dove $U = qV$ è l'energia potenziale dello ione. Essendo la sua energia cinetica iniziale nulla $T_1 = 0$, l'equazione diventa $T_2 = q(V_1 - V_2) = q\Delta V$ da cui si ricava la velocità di ingresso $v_2 = \sqrt{2T_2/m} = \sqrt{2q\Delta V/m}$. Una volta

entrato nella camera C lo ione subisce una forza di Lorentz $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}_o$, centripeta, che gli fa descrivere un moto circolare uniforme (fig.b). Applicando il II principio la forza di Lorentz deve produrre l'accelerazione normale del moto $F_L = qvB_o = ma_n = mv^2/r$, da cui si ricava il diametro della circonferenza $L = 2r = 2mv/(qB_o)$. La velocità v all'interno della camera C è in modulo

costante e pari alla velocità di ingresso v_2 da cui $L = \sqrt{\frac{8m\Delta V}{qB_o^2}}$ e $m = \frac{qB_o^2 L^2}{8\Delta V}$.

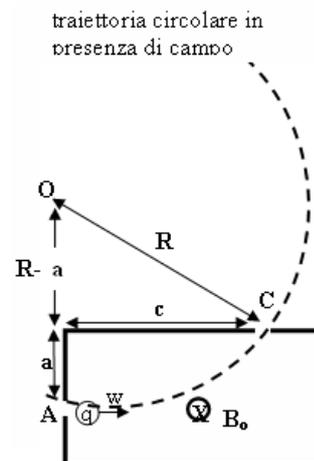


3. Calcolo del raggio della traiettoria circolare dello ione.

All'interno della camera, lo ione tende a percorrere una traiettoria circolare per effetto della forza di Lorentz (vengono qui trascurati gli effetti gravitazionali)

$$qvB_o = m \frac{w^2}{R} \quad \text{da cui} \quad R = \frac{mw}{qB_o}$$

Essendo in A la velocità di ingresso orizzontale, il centro di curvatura si trova nel punto O lungo la verticale alla distanza R dalla fenditura A. Le due fenditure A, C appartengono inoltre alla circonferenza di raggio R. Applicando Pitagora



quindi

$$(R-a)^2 + c^2 = R^2 \quad \text{da cui} \quad R = \frac{a^2 + c^2}{2a}$$

E combinando le equazioni $w = \frac{qB_o}{m} R = \frac{qB_o(a^2 + c^2)}{2am}$

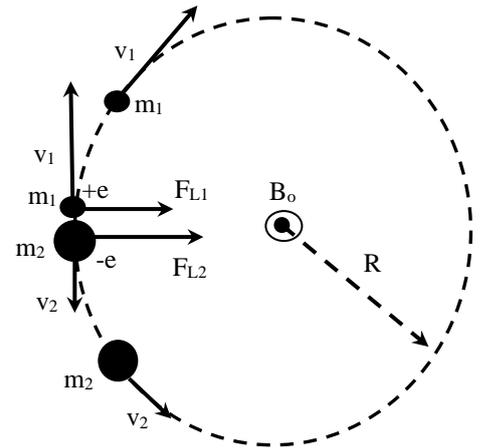
4. La suddivisione della molecola è operata da sole forze interne. Pertanto in assenza di forze esterne si conserva la quantità di moto del sistema:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = 0 \quad (\text{le due masse partono quindi in senso opposto})$$

Le forze interne, di natura impulsiva, sono responsabili di due impulsi uguali ed opposti agenti ciascuno su di una massa.

Il valore assoluto dell'impulso è tale che $I = m_1 v_1 = m_2 v_2$

Una volta in moto la massa carica è soggetta alla forza di Lorentz (si assumono trascurabili le forze elettriche fra le due cariche)



$$\begin{cases} m_1) \\ m_2) \end{cases} \begin{cases} e \cdot B_o \cdot v_1 = m_1 a_{n1} = m_1 \frac{v_1^2}{R_1} \\ e \cdot B_o \cdot v_2 = m_2 a_{n2} = m_2 \frac{v_2^2}{R_2} \end{cases} \quad \text{da cui} \quad \begin{cases} m_1) \\ m_2) \end{cases} \begin{cases} R_1 = \frac{m_1 v_1}{e B_o} = \frac{I}{e B_o} \\ R_2 = \frac{m_2 v_2}{e B_o} = \frac{I}{e B_o} \end{cases}$$

da cui il raggio di curvatura delle due traiettorie coincide $R = R_1 = R_2 = \frac{I}{e B_o} = \mathbf{18.7 \text{ cm}}$

Le due masse procedono in senso opposto sulla stessa traiettoria circolare con velocità $v = I/m$

L'urto avviene quando $(v_1 + v_2) \cdot t = 2\pi R$ ossia al tempo

$$t = \frac{2\pi R}{v_1 + v_2} = \frac{2\pi I / e B_o}{I/m_1 + I/m_2} = \frac{2\pi m_1 m_2}{e B_o (m_1 + m_2)} = 294 \mu\text{s}$$