

## 17 Giugno 2024

Svolgere la seguente prova in 2 ore e 30 minuti. Esporre lo svolgimento di ogni esercizio e non solo il risultato. LE RISPOSTE NON GIUSTIFICATE O SENZA SVOLGIMENTO NON SARANNO RITENUTE VALIDE.

- a) Determinare l'angolo formato da  $r : \begin{cases} x = 3h \\ y = h \\ z = h - 2 \end{cases}$  e  $\pi : x - 2z = 0$ .

b) Trovare la distanza fra  $r : \begin{cases} x - z + 1 = 0 \\ y + 2z = 0 \end{cases}$  ed  $s : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$ .
- a) Sia  $V = \langle (1, 1, 2, 0), (-1, -1, -2, 4) \rangle$  e  $U = \langle (1, 0, 0, 1), (1, 2, 0, 0), (2, 0, 0, 3) \rangle$ . Scrivere  $V$  in forma cartesiana. Determinare la dimensione ed una base per  $U \cap V$ .

b) Sia  $U = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] \mid p(2) = 0\}$ . Determinare una base e la dimensione di  $U$ .
- Data  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  tale che  $f(1, 1, 0) = (2, 1)$ ,  $f(0, 1, 0) = (-1, 1)$ ,  $f(0, 2, -1) = (3, 1)$ . Determinare  $f(0, 0, 1)$ , determinare dimensione e una base per  $\text{Ker} f$ .
- Sia  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .  $A$  è diagonalizzabile? In caso di risposta affermativa, trovare una matrice diagonale  $D$  simile ad  $A$  e la matrice  $P$  tale che  $D = P^{-1}AP$ .

Domande:

- Esibire un esempio di matrice ortogonale  $2 \times 2$  che non sia la matrice identità e trovare la sua inversa.
- Esibire un esempio di funzione lineare  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ , con  $n$  ed  $m$  a vostra scelta che sia suriettiva e non iniettiva.
- Dato il sistema  $A \cdot \underline{x} = \underline{0}$ , con  $A$  matrice  $3 \times 4$ , si può dire, senza calcolare il rango di  $A$  se il sistema è determinato, indeterminato o incompatibile? Motivare la risposta!!