17. Si consideri la matrice $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & -3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$.

(a) Calcolare, con l'algoritmo di inversione, l'inversa di A.

(b) Sapendo che A è invertibile come è possibile convincere qualcuno del fatto che il sistema lineare $AX = B$ ammette, per ogni B, un'unica soluzione? Fissata una matrice B e determinata la trasformazione della matrice $\begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix}$ in forma a scala ridotta per righe, che connessione esiste con il calcolo eseguito in (a)?

(c) Se $AX = B$ ammette una soluzione unica per ogni scelta di B, cosa si può dire del sistema omogeneo $AX = 0$?

(d) Quando si risolve il sistema $AX = 0$ trasformando la matrice $\begin{bmatrix} A & 0 \end{bmatrix}$ in forma a scala per righe ridotta cosa succede alla matrice A?

(e) Se la matrice A può essere trasformata con operazioni elementari sulle righe nella matrice I, che cosa si può dire del sistema $AX = B$? Utilizzare la risposta alla domanda precedente per determinare in sequenza le colonne della matrice C tale che $AC = I$.

(f) Ora che sappiamo che $AC = I$ verificare che anche $CA = I$. Ciò accade sempre?

(g) Che ne è di tutte le condizioni precedenti se $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & -3 & -5 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$?