0.1 Qualche commento sull'esercizio n 17 p 72 Nicholson

Il punto dell'esercizio, come detto anche in classe, non è quello di applicare il teorema dimostrato in aula, ma di usare la matrice data per ripercorrere le argomentazioni della dimostrazioni in modo da ripassare e chiarire i vari concetti.

1. L'inversa è stata calcolata da quasi tutti correttamente.

2. Se A è invertibile, e quindi usando la pura e semplice definizione di matrice invertibile, si dimostra che il sistema $AX = B$ ha una sola soluzione per ogni B moltiplicando per C ambo i membri. Se poi B è una qualunque matrice, anche non una colonna, con tante righe quante A ma un numero arbitrario di colonne, la trasformazione di $(A|B)$ in forma a scala ridotta corrisponde a risolvere tanti sistemi come il primo simultaneamente.

3. Se $AX = B$ ammette soluzione unica per ogni B allora anche il sistema omogeneo, che significa porre $B = 0$ (colonna nulla) ha una soluzione unica che deve per forza essere quella nulla.

4. Quando si risolve $AX = 0$ trasformando $(A|0)$ in forma a scala ridotta la matrice A si trasforma in I.

5. Se A si trasforma in I allora il sistema $AX = B$ ha una sola soluzione mediante l'algoritmo di Gauss. In particolare questo ci permette di risolvere 3 sistemi lineari $AX = E_i$,$i = 1, 2, 3$. Le soluzioni di questi 3 sistemi danno ordinatamente le colonne di una nuova matrice, che chiamiamo C e che soddisfa $AC = I$.

6. Una volta trovata C si può verificare che anche $CA = I$. Ciò accade sempre (non ha niente a che vedere con la commutatività o meno del prodotto). Infatti, si può considerare il sistema $CX = 0$ che ammette la sola soluzione banale e quindi per quanto dimostrato, esiste una C' tale che $CC' = I$, etc. come nella dimostrazione del teorema.