

ANALISI MATEMATICA II (Ing. Gestionale)
V APPELLO 18.09.2015 A.A.2014/15

COGNOME E NOME N.Ro MATR.
LUOGO E DATA DI NASCITA

PROVA DI TEORIA: MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

Tempo 45 minuti **COMPITO B**

Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente.

Non è consentito l'uso di alcun testo o appunto.

1) **Funzioni reale di più variabili reali** ($f : E \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$): definizione di:

- derivata direzionale in un punto $\mathbf{x}_0 \in E$;
- differenziale in un punto $\mathbf{x}_0 \in E$;

Data $f : E \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, l'esistenza di $\nabla f(\mathbf{x}_0)$ implica o no la continuità di f nel punto \mathbf{x}_0 ? Perché ?

Enunciare un Teorema che lega derivate direzionali e derivate parziali di una funzione reale di più variabili reali. La funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{(x^2+y^2)^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è continua nell'origine? Motivare chiaramente la risposta.

2) **Serie di funzioni** Data la serie $\sum_{k=1}^{\infty} f_k(x)$, $x \in E \subset \mathbb{R}$, $f : E \rightarrow \mathbb{R}$

fornire la definizione di:

- serie convergente;
- serie assolutamente convergente;
- serie totalmente convergente.

Esempio di applicazione: Data la serie $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} \sin(kx)$ dimostrare se essa converge totalmente o no.

3) **Soluzione per serie di equazioni differenziali ordinarie:** Data l'equazione:

$$y' - 2y = 0$$

è possibile determinarne l'integrale generale per serie ? Quali sono le ipotesi che bisogna fare ? Motivare chiaramente le risposte citando i teoremi relativi.

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO _____

ORALE _____