ANALISI MATEMATICA II (Ing. Gestionale)
V APPELLO 18.09.2015 A.A.2014/15

COGNOME E NOME .... N.Ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE Tempo 2 ore **COMPITO B**

Dichiaro di avere superato l'esame di Analisi Matematica I $\boxed{\text{SI}}$ $\boxed{\text{NO}}$ FIRMA ....

1) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = \log(\sin x \sin y)$, determinare

   a) insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}^2$, $inf(f(E)) \in \mathbb{R}$, $sup(f(E)) \in \mathbb{R}$, e, quindi, $f(E) \subset \mathbb{R}$ (i.e. $f(E) =$? Perchè ?);

   b) i punti di stazionarietà nell'insieme $E \subseteq \mathbb{R}^2$.

   c) classificare i punti di stazionarietà ottenuti;

   d) dato il triangolo T (compatto) di vertici $A = \left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right)$, $B = \left(\frac{5}{6}\pi, \frac{\pi}{3}\right)$, e $C = \left(\frac{5}{6}\pi, \frac{5}{6}\pi\right)$, determinare $f(T) \subseteq \mathbb{R}$.

   e) Riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D.

2) Data l'equazione differenziale:

$$y'' + 2\gamma y' + 4y = \sin(2x), \quad x \in I \subseteq \mathbb{R}, \quad \gamma \in \mathbb{R} \tag{1}$$

   determinare:

   a) l'intervallo $I \subseteq \mathbb{R}$;

   b) l'integrale generale di (1) in corrispondenza a $\gamma \in \mathbb{R}$;

   c) fissato $\gamma = 0$, determinare la soluzione (Esiste ? È UNICA ? Perchè?) del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y(0) & = & 1 \\ y'(0) & = & 0. \end{cases} \tag{2}$$

3) Data la funzione di variabile reale

$$f(x) = \frac{2x}{(1-x)^2} \tag{3}$$

   determinare:

   a) l'insieme di definizione $E \subseteq \mathbb{R}$;

   b) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $x_0 = 0$, precisandone "a priori" la regione di convergenza B;

   c) indicarne, poi, un sottoinsieme $A \subset B$ nel quale la serie trovata convcerge totalmente. Dimostrare la convergenza totale in A.

   d) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $\tilde{x}_0 = 3$, precisandone "a priori" la regione di convergenza.

   e) scrivere lo sviluppo al punto b) nel caso in cui si considera il prolungamento di f nel campo complesso $\mathbb{C}$, i.e., in (3), si sostituisce $z \in E \subset \mathbb{C}$ a $x \in E \subset \mathbb{R}$.