

ANALISI MATEMATICA II (Ing. Gestionale)
III APPELLO 18.06.2015 A.A.2014/15

COGNOME E NOME N.Ro MATR.
LUOGO E DATA DI NASCITA

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE Tempo 2 ore

COMPITO B

Dichiaro di avere superato l'esame di Analisi Matematica I SI NO FIRMA

1) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) := \cos y \left(x^2 + y^2 - \frac{\pi^2}{4} \right)$, determinare

- a) insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}^2$, $\inf(f(E)) \in \mathbb{R}$, $\sup(f(E)) \in \mathbb{R}$, e, quindi, $f(E) \subset \mathbb{R}$ (i.e. $f(E) = ?$ Perché?);
- b) i punti di stazionarietà nell'insieme aperto $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -\pi < x < \pi, -\pi < y < \pi\}$, con $A \subset E \subset \mathbb{R}^2$
- c) Classificare i punti di stazionarietà ottenuti;
- d) Dato il compatto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -\pi \leq x \leq \pi, -\pi \leq y \leq \pi\} = \bar{A}$, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$.
- e) Riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D .

2) Data l'equazione differenziale:

$$y'' + \lambda y' + y = \sin(2x), \quad x \in I \subset \mathbb{R}, \quad \lambda \in \mathbb{R} \quad (1)$$

determinare:

- a) l'intervallo $I \subset \mathbb{R}$;
- b) l'integrale generale di (1) in corrispondenza a $\lambda \in \mathbb{R}$
- c) fissato $\lambda = 2$, determinare la soluzione (Esiste? È UNICA? Perché?) del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

3) Data la funzione di variabile reale

$$f(x) = \frac{2x}{1-x^2} \quad (3)$$

determinare:

- a) l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}$;
- b) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $x_0 = 0$, precisandone "a priori" la regione di convergenza B ;
- c) indicarne, poi, un sottoinsieme $A \subset B$ nel quale la serie trovata converge totalmente. Dimostrare la convergenza totale in A .
- d) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $\tilde{x}_0 = 2$, precisandone "a priori" la regione di convergenza.
- e) scrivere lo sviluppo al punto b) nel caso in cui si considera il prolungamento di f nel campo complesso \mathbb{C} , i.e., in (3), si sostituisce $z \in E \subset \mathbb{C}$ a $x \in E \subset \mathbb{R}$.