ANALISI MATEMATICA II (Ing. Gestionale)
ESERCITAZIONE 4 A.A.2014/15

COGNOME E NOME .... N.Ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

1) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definita da

$$f(x,y) := \sin y\ (x^2 - 4),$$

determinarne i punti di stazionarietà nell'insieme $E \subset \mathbb{R}^2$ Classificare i punti di stazionarietà ottenuti e determinare $f(E) \subset \mathbb{R}$. Dato il compatto $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | -\pi \le x \le \pi, -\pi \le y \le \pi\}$, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$. Riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D.

2) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definita da

$$f(x,y) := (x^2 + y^2 - \pi^2)\sin(x),$$

determinarne i punti di stazionarietà nell'insieme $E \subset \mathbb{R}^2$ Classificare i punti di stazionarietà ottenuti e determinare $f(E) \subset \mathbb{R}$. Dato il compatto $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | -\pi \le x \le \pi, -\pi \le y \le \pi\}$, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$. Riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D.

3) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definita da

$$f(x,y) := (x^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 1)$$

determinarne i punti di stazionarietà nell'insieme $D = [-2,2] \times [-2,2]$. Classificare i punti di stazionarietà ottenuti e, quindi, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$. Riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D.

4) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definita da

$$f(x,y) := \log(x^4 + y^4 + 1) - \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$$

determinarne i punti di stazionarietà nell'insieme $D = [-1,1] \times [-1,1]$. Classificare i punti di stazionarietà ottenuti e, quindi, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$. Riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D.

5) Data la funzione:

$$f(x,y) = \frac{x^2 + y^2}{y + 3}.$$

a) Determinare il dominio D di f e mostrare che f non ha né massimo né minimo assoluto su D.

b) Trovare e classificare i punti critici di f.

c) Trovare massimo e minimo assoluti di f ristretta all'insieme $D_0 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \le 4\}$.

6) Data la funzione:

$$f(x,y) = -\frac{2}{3}x^3 - 4xy^2 + 8x.$$

a) Determinare il dominio D di f e mostrare che f non ha né massimo né minimo assoluto su D.

b) Trovare e classificare i punti critici di f.

c) Trovare massimo e minimo assoluti di f ristretta all'insieme $D_0 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \le 9, y \ge x\}$.

7) Data la funzione:

$$f(x,y) = \frac{8}{5}\log(xy) + 5\left[x^2 + (y-1)^2\right] - 10x$$

a) determinarne l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}^2$, specificando se l'insieme è connesso o no, limitato o illimitato, aperto o meno; fornirne la rappresentazione grafica nel piano cartesiano; ;

c) determinare i punti critici e classificarli;

d) determinare $\inf f(E)$, $\sup f(E)$ e, quindi, $f(E)$.