

ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Energetica)
PROVA DI AUTOVALUTAZIONE (02.05.2014) A.A.2013/14

COGNOME E NOME N.Ro MATR.
LUOGO E DATA DI NASCITA

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

Tempo 2 ore

1) Data la forma differenziale $\omega = (xy - 1) dx + x^2 dy$ determinare l'integrale generale (in forma implicita) dell'equazione differenziale ottenuta da $\omega = 0$. Individuare, quindi, la soluzione passante punto $P \equiv (e, 1)$, precisando per quali $x \in \mathbb{R}$ la funzione può essere scritta in forma esplicita del tipo $y = y(x)$ di classe C^1 .

2) Detto D il **dominio regolare** di \mathbb{R}^2 definito da

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 1, x + y \leq 1\} :$$

a) calcolare l'area di D cioè

$$\mathbf{I} = \iint_D 1 \, dx dy ;$$

b) Verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green, calcolare, cioè \mathbf{I} mediante un opportuno integrale esteso ad una opportuna curva generalmente regolare (quale?). Parametrizzare tale curva e calcolare \mathbf{I} .

3) Rappresentare in serie di Fourier, la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, periodica, di *periodo* $T = 2\pi$, individuata in $[-\pi, \pi]$ da:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in (-\pi/2, \pi/2), \\ x^2 - \pi^2/4 & x \in [-\pi, -\pi/2] \cup [\pi/2, \pi]. \end{cases} \quad (0.1)$$

Precisare, $\forall x \in [-\pi, \pi]$ il valore della somma di tale serie di Fourier. In tale intervallo la convergenza è uniforme? E in \mathbb{R} ? Perché? **Fornire adeguate motivazioni.**

4) Data la funzione reale di 2 variabili $f : E \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, definita da $f(x, y) := y^4 - x^4 - x^2 + y^2 + 1$

a) determinarne l'insieme $E \subset \mathbb{R}^2$ di definizione ed i punti di stazionarietà in E ;

b) dato il compatto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$;

c) riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D .