ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Energetica)
I Appello 09.06.2014 A.A.2013/14

COGNOME E NOME .... N.Ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

PROVA DI TEORIA: MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

Tempo 45 minuti

Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente.
Non è consentito l'uso di alcun testo o appunto.

1) Sia data una funzione $f : D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

Dare la definizione di limite, ovvero

$$\lim_{X \to X_0} f(X) = l \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\},$$

con X_0 punto di accumulazione di D.

Sia $\gamma \subset \mathbb{R}^2$ una curva tale che $\gamma(t_0) = X_0$ per un $t_0 \in \mathbb{R}$.

È sufficiente che $\lim_{t \to t_0} f(\gamma(t)) = l$ perché f tenda a l per $X \to X_0$?

Motivare la risposta con dimostrazioni, esempi e/o controesempi.

2) Derivata secondo una direzione di una funzione reale di più variabili reali: definizione e condizioni sufficienti per l'esistenza della derivata direzionale in un punto. Collegamento con il gradiente.

Scrivere il gradiente della funzione:

$$f(x,y) = (x^2 + y^3)\ log\ x$$

e calcolarlo nel punto $P = (1, 0)$.

3) Data una serie di funzioni reali di variabile reale $\sum_0^\infty \phi_k(x)$, ($\phi_k : E \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $\forall k \in \mathbb{N}$), scrivere la definizione di **serie totalmente convergente**.

Applicazione: data la serie di potenze

$$\sum_1^\infty \frac{x^k}{k} \qquad (*)$$

1. riconoscere che rappresenta le sviluppo di Taylor relativo alla funzione $f(x) = \log(1-x), x \in A \subset \mathbb{R}$;
2. determinare la regione $A \subset \mathbb{R}$ di convergenza della serie;
3. determinare un sottoinsieme $B \subset A \subset \mathbb{R}$ di convergenza totale della serie stessa.