ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Energetica)
II Appello A.A.2013/14

COGNOME E NOME .... N.Ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

1) Data la forma differenziale $\omega = \frac{y}{4(x^2+y^2)}dx + \frac{\beta x}{4(x^2+y^2)}dy$, definita nell' l'insieme $E \subset \mathbb{R}^2$ (da determinare), trovare $\beta \in \mathbb{R}$, se esiste, tale che ω sia chiusa in E; ω è esatta in E? È esatta in $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^-$? Perchè? Detto, quindi, D il **dominio regolare** di $\mathbb{R}^2$ definito da

$$\left\{D = (x,y) \in \mathbb{R}^2 | 1 \le x^2+y^2 \le 4, y \le -|x|\right\} \ , \quad \text{calcolare } I_1 = \int_{+\partial D} \omega, \quad I_2 = \int_{+\gamma} \omega,$$

dove $+\partial D$ e $+\gamma$ indicano, rispettivamente, la frontiera del dominio D e $\gamma \subset \partial D$ il suo sottoinsieme che congiunge il punto $A \equiv (-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ al punto $B \equiv (\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$, percorse in verso positivo. Verificare il risultati ottenuti per I_1 e I_2. Per la verifica di I_1 applicare le formule di Green, cioè calcolare un opportuno integrale doppio esteso al dominio D (da parametrizzare).

2) Data in $\mathbb{R}$ la funzione $2\pi-$periodica individuata da:

$$f(x) = |\sin(x)| \quad , \quad x \in (-\pi, \pi],$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando il valore della somma di tale serie $\forall x \in (-\pi, \pi]$. In tale intervallo la convergenza è uniforme ? E in $\mathbb{R}$? Perchè ? Fornire adeguate motivazioni.

3) Sia $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ l'insieme chiuso delimitato dalla sfera centrata nell'origine di raggio 5, dal grafico della funzione $f(x,y) = 10/\sqrt{x^2+y^2}$ e dal piano yz, tale che i suoi punti abbiano ascissa positiva.

Parametrizzare $\partial\Omega$ e scriverne (dove possibile) versore normale uscente e piano tangente.

Scrivere in particolare versore normale uscente e piano tangente nei punti

$$P = \left(2\sqrt{3}, 2, \frac{5}{2}\right), \ Q = \left(\frac{5\sqrt{2}}{4}, -\frac{5\sqrt{6}}{4}, \frac{5\sqrt{2}}{2}\right), \ R = \left(0, 3, \frac{7}{2}\right).$$

Calcolare il flusso del campo $F(x,y,z) = (y^2z, 2x^3e^yz, x^2y^2z^2)$ uscente dal bordo di Ω, svolgendo sia un integrale triplo che un integrale di superficie.

4) Sia data la funzione $f(x,y) = \cos x|\sin y|$. Studiare i punti critici di f e trovarne massimo e minimo nel suo dominio e sulla curva $\gamma = \{(x,y) \in [0,\pi] \times [0,\pi] \mid \cos x + \sin y = 1\}$.

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO ______________________________

ORALE ______________________________