

ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Energetica)
I Appello A.A.2013/14

COGNOME E NOME N.Ro MATR.
LUOGO E DATA DI NASCITA

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

- 1) Data la forma differenziale $\omega = (3x^2y^2 + 2x)dx + (2x^3y - 3y + 2)dy$, definita nell' insieme E ($E \subset \mathbb{R}^2$ da determinare), essa è esatta in E ? Perché ?

Detto, quindi, D il **dominio regolare** di \mathbb{R}^2 definito da

$$\{D = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + 4y^2 \leq 4, x \geq 0\}, \quad \text{calcolare } I = \int_{+\partial D} \omega, \quad \int_{+\gamma_1} \omega,$$

dove $+\partial D$ e $\gamma_1 \subset \partial D$ indicano, rispettivamente, la frontiera del dominio D percorsa in verso antiorario (positivo) e l'arco di ellisse che congiunge il punto $A \equiv (0, -1)$ al punto $B \equiv (0, 1)$.

Verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green.

Calcolare, cioè I mediante un opportuno integrale doppio esteso al dominio D .

- 2) Data in \mathbb{R} la funzione 2π -periodica individuata in $[-2\pi, 0)$ da:

$$f(x) = \begin{cases} \pi + 2x & x \in [-\pi, 0), \\ -2x - 3\pi & x \in (-2\pi, -\pi), \end{cases}$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando $\forall x \in [-2\pi, 0]$ il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la convergenza è uniforme ? E in \mathbb{R} ? Perché ? Fornire adeguate motivazioni.

- 3) Sia Ω l'insieme definito da

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}, x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

Parametrizzare $\partial\Omega$ e scriverne (dove possibile) versore normale e piano tangente.

Scrivere in particolare versore normale e piano tangente nei punti

$$P = (1, 1, 0), Q = (\sqrt{2}, \sqrt{2}, 1) \text{ e } R = (1, 1, \sqrt{2}).$$

Calcolare il flusso del campo $F(x, y, z) = (2, 6xyz^2 \cos z^3, -x \sin z^3)$ uscente dal bordo di Ω , svolgendo sia un integrale triplo che un integrale di superficie.

- 4) Sia data la funzione $f(x, y) = (e^{|y|} - e) \log(x + 2)$.

Indicarne il dominio, studiare i punti critici di f e trovarne massimo e minimo nel suo dominio e nel quadrato di vertici $(1, 1), (-1, 1), (-1, -1), (1, -1)$.

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO _____

ORALE _____
