ANALISI MATEMATICA II (Ing. Energetica)
II APPELLO STRAORDINARIO 29.10.2014 A.A.2013/14

COGNOME E NOME .... N.Ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE Tempo 2 ore 30 $'$

1) Sia $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ l'insieme delimitato dalla sfera centrata nell'origine di raggio 1 dall'alto, dal paraboloide di equazione $z = x^2 + y^2 - 1$ dal basso.

   Parametrizzare $\partial\Omega$ e scriverne (dove possibile) versore normale uscente e piano tangente.

   Scrivere in particolare versore normale uscente e piano tangente nei punti $P = \left(\frac{3}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{2}\right)$, $Q = \left(\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4}, -\frac{3}{4}\right)$.

   Calcolare il flusso del campo $F(x, y, z) = (x^2, y^2, e^z)$ uscente dal bordo di Ω, svolgendo sia un integrale triplo che un integrale di superficie.

(8 punti)

2) Data la funzione $f(x, y) = x^2 \sin y + x$, studiare i punti critici di f e trovarne massimo e minimo globale, o eventualmente estremo superiore ed inferiore, nel suo dominio e nel rettangolo chiuso R di vertici $(1, \pi/2)$, $(-1, \pi/2)$, $(-1, -\pi/2)$ e $(1, -\pi/2)$.

(8 punti)

3) Dato D il compatto di $\mathbb{R}^2$ definito da $\{D = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq |x|\}$,

   1. parametrizzare $D \subset \mathbb{R}^2$;
   2. parametrizzarne la frontiera ∂D;
   3. data $\omega = 4xy^2dx + \alpha x^2ydy, \alpha \in \mathbb{R}$, determinarne l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}^2$;
   4. determinare $\alpha \in \mathbb{R}$, se esiste, tale che essa sia chiusa in E; in corrispondenza al valore di α determinato, calcolare, $I_1 = \int_{+\partial D} \omega$, $I_2 = \int_\gamma \omega$, dove $\gamma \subset \partial D$ congiunge il punto $A \equiv (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$ con il punto $B \equiv (\sqrt{2}, \sqrt{2})$;
   5. verificare I_1 calcolando un *opportuno* integrale doppio esteso al compatto D;
   6. indicare un sottoinsieme di E nel quale ω è esatta e dire se ω è esatta o meno in tutto E. In caso affermativo, determinare $F(x, y)$ *primitiva* di ω;
   7. Se possibile verificare il risultato ottenuto calcolando, in modo diverso, l'integrale I_2.

(8 punti)

4) Data in $\mathbb{R}$ la funzione $2\pi-$periodica individuata in $[0, 2\pi]$ da:

$$f(x) = \begin{cases} \pi - 2x & x \in [0, \pi], \\ 2x - 3\pi & x \in (\pi, 2\pi), \end{cases}$$

   si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando $\forall x \in [0, 2\pi]$ il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la convergenza è uniforme ? E in $\mathbb{R}$? Perchè ? Fornire adeguate motivazioni.

(8 punti)

Dichiaro di avere superato l'esame di Analisi Matematica I $\boxed{\text{SI}}$ $\boxed{\text{NO}}$ FIRMA ....

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO

ORALE