ANALISI MATEMATICA II (Ing. Aerospaziale)
I canale (A–K) I APPELLO 18.06.2013 A.A.2012/13

COGNOME E NOME ....N.Ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

PROVA DI TEORIA: MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

Tempo 45 minuti **COMPITO A**

Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente.
Non è consentito l'uso di alcun testo o appunto.

1) Definizione di funzione reale di più variabili reali, continua in un punto e in un insieme. Condizioni necessarie per la continuità e condizioni sufficienti per la continuità. La funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{(x^2+y^2)^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

è continua nell'origine? Motivare chiaramente la risposta. **(3 punti)**

2) Serie di Fourier: definizione e proprietà. Enunciare il Teorema di Fourier. Data la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \cos(kx)$$

dire se essa:

- converge totalmente;
- rappresenta lo sviluppo in serie di Fourier relativo alla funzione, pari, periodica di periodo $T = 2\pi$ definita da

$$f(x) := \begin{cases} |x| & x \in (-\pi/2, \pi/2) \\ 0 & x \in [-\pi, -\pi/2] \cup [\pi/2, \pi) \end{cases}$$

N.B. Non calcolare i coefficienti di Fourier, ma **dimostrare** la risposta.

(3 punti)

3) Cambiamento di coordinate da cartesiane a polari in $\mathbb{R}^3$ per il calcolo di integrali. Illustrare con un esempio: calcolo del volume della semisfera

$$S := \{(x,y,z) \in R^3 | \ \ x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, \ \ x \leq 0\}$$ **(2 punti)**

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO ____

ORALE ____