ANALISI MATEMATICA II (Ing. Aerospaziale)
I canale (A–K) I APPELLO 18.06.2013 A.A.2012/13

COGNOME E NOME ....N.Ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE Tempo 2 ore 30 ′ **COMPITO B**

1) Data la forma differenziale $\omega = \dfrac{\beta y}{4x^2+y^2}dx + \dfrac{x}{4x^2+y^2}dy$, definita nell' l'insieme $E \subset \mathbb{R}^2$ (da determinare), determinare $\beta \in \mathbb{R}$, se esiste, tale che essa sia esatta in E.

   Dato, quindi, in corrispondenza al valore di β trovato,
$$D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 4x^2 + y^2 \le 4, y \ge \sqrt{3}\right\} \ , \quad \text{calcolare } \ \mathrm{I} = \int_{+\partial D} \omega \ ,$$
   indicare la parametrizzazione di $+\partial D$, la frontiera del dominio D percorsa in verso antiorario e quella del compatto D. Verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green. Calcolare, cioè mediante il calcolo di un opportuno integrale esteso al compatto D, indicando esplicitamente l'integrale doppio da calcolare. **(7 punti)**

2) Si consideri la superficie S, ottenuta facendo ruotare di 2π attorno all'asse z la curva del piano xz di equazione
$$\gamma : z = -\frac{1}{2}x - e^{2x}(x-1), \quad 0 \le x \le 1 \, .$$
   a) Calcolare l'area di S parametrizzando la superficie;
   b) utilizzare la parametrizzazione per calcolare versore normale e piano tangente a S nel punto $(0, 1/2, (2e-1)/4)$;
   b) determinare il volume del solido T generato dalla rotazione 2π attorno all'asse z del compatto delimitato dall'asse z, dalla curva γ e dalla retta $z = -\dfrac{1}{2}x$. **(7 punti)**

3) Data l'equazione differenziale:
$$y'' + 2\delta y' + 9y = e^{-x} \quad , \quad \delta \in \mathbb{R}$$
   determinarne l'integrale generale al variare di δ. Trovare, inoltre, la soluzione del seguente problema di Cauchy:
$$\begin{cases} y'' + 9y = e^{-x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$
   (7 punti)

4) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definita da $f(x, y) := \sin x \ (y^2 - 4)$, determinarne i punti di stazionarietà nell'insieme $E \subset \mathbb{R}^2$ Classificare i punti di stazionarietà ottenuti e determinare $f(E) \subset \mathbb{R}$. Dato il compatto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | -\pi \le x \le \pi, -\pi \le y \le \pi\}$, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$. Riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D. **(7 punti)**

Dichiarо di avere superato l'esame di Analisi Matematica I $\boxed{\text{SI}}$ $\boxed{\text{NO}}$ FIRMA ....

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO

ORALE