ANALISI MATEMATICA II (Ing. Aerospaziale)
I canale (A–K) II APPELLO 10.07.2013 A.A.2012/13

COGNOME E NOME ....N.Ro MATR. ....

LUOGO E DATA DI NASCITA ....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE Tempo 2 ore 30 $'$ **COMPITO A**

1) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definita da $f(x,y) := (x^2+y^2-\pi^2)\cos(x)$, come si determinano i punti di stazionarietà della funzione ? Riconoscere che l'origine è un punto critico e determinare gli altri punti critici che non appartengono all'asse x. Classificare tali punti critici. Determinare $f(E) \subset \mathbb{R}$. Dato il compatto $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | -\pi \le x \le \pi, -\pi \le y \le \pi\}$, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$. Riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D. **(8 punti)**

2) Data l'equazione differenziale:
$$y'' + 4y' + \beta y = e^{-x} \quad , \quad \beta \in \mathbb{R} \tag{1}$$
determinarne l'integrale generale al variare di β. Determinare, inoltre, per quali valori del parametro $\beta \in \mathbb{R}$ l'integrale generale dell'equazione differenziale (1) è infinitesimo per $x \to +\infty$.

(8 punti)

3) Sia D il compatto di $\mathbb{R}^3$ delimitato dal paraboloide
$$P = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y^2+z^2\right\} \text{ e dall'ellissoide } E = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2+3y^2+3z^2 = 4.\right\} \tag{2}$$
Parametrizzare ∂D, e scriverne (dove possibile) piano tangente e versore normale. Scrivere in particolare versore normale e piano tangente nel punto $P = (2/3, \sqrt{3}/3, -\sqrt{3}/3)$.

Calcolare il flusso del campo
$$F(x,y,z) = ((6z+1)x^2, -(y+z)x^3, xz(x^2-6z-2)) \tag{3}$$
uscente dal bordo di D, usando sia un integrale triplo che un integrale di superficie. **(8 punti)**

4) Data la forma differenziale
$$\omega = \frac{\beta x}{x^2+4y^2}dx + \frac{4y}{x^2+4y^2}dy \quad , \quad \beta \in \mathbb{R}, \tag{4}$$
definita nell' l'insieme $E \subset \mathbb{R}^2$ (da determinare), determinare β, se esiste, tale che essa sia chiusa in E. Indicare un sottoinsieme di E nel quale ω è esatta e dire se ω è esatta o meno in E. Indicare **chiaramente** le motivazioni teoriche della risposta.

Dato, quindi, in corrispondenza al valore di β trovato, calcolare $I_1 := \int_\gamma \omega$ dove γ indica l'arco del grafico della funzione $f(x) = x^2 - 4x + 4,\ x \in [1,4]$. Quindi, considerato il compatto $D \subset \mathbb{R}^2$ delimitato da γ e dalla retta $y = x$, calcolare $I_2 = \int_{+\partial D} \omega$, indicare la parametrizzazione di $+\partial D$, la frontiera del dominio D percorsa in verso antiorario e quella del compatto D. Verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green. Calcolare, cioè un opportuno integrale esteso al compatto D, indicando esplicitamente l'integrale doppio da calcolare.

(8 punti)

Dichiaro di avere superato l'esame di Analisi Matematica I $\boxed{\text{SI}}$ $\boxed{\text{NO}}$ FIRMA ....

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO

ORALE