ANALISI MATEMATICA II (Ing. Aerospaziale)
I canale (A–K) III APPELLO 11.09.2013 A.A.2012/13

COGNOME E NOME ....N.Ro MATR. ....

LUOGO E DATA DI NASCITA ....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE Tempo 2 ore 30 ′ **COMPITO B**

1) Dato il compatto $D \subset \mathbb{R}^2$ ldefinito da $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | (x-1)^2 + y^2 \leq 2, y \geq x-1\}$, calcolare

$$I = \iint_D xy^2 dx\, dy.$$

Quindi, parametrizzata la frontiera del dominio D, $+\partial D$, verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green. Calcolando, cioè un opportuno integrale esteso alla frontiera $+\partial D$. **(8 punti)**

2) Sia Ω il sottoinsieme del cilindro

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 4, |z| \leq 2\}$$

esterno alla sfera

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\},$$

in altre parole $\Omega = C \setminus S$.

Parametrizzare $\partial\Omega$ e scriverne (dove possibile) versore normale e piano tangente. Scrivere in particolare versore normale e piano tangente nei punti
$P = (6/5, 8/5, 1/3)$, $Q = (1, -1, 2)$ e $R = (\sqrt{6}/2, \sqrt{2}/2, \sqrt{2}))$.

Calcolare il flusso del campo

$$F(x, y, z) = (x^2 y, 3x + 2z, xz^3)$$

uscente dal bordo di D, svolgendo sia un integrale triplo che un integrale di superficie.

(8 punti)

3) Data l'equazione differenziale:

$$y'' + 2\delta y' + y = \cos(-x) \quad , \quad \delta \in \mathbb{R}$$

determinarne l'integrale generale al variare di δ. Trovare, inoltre, la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + y = \cos(-x) \\ y(0) \ = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

(8 punti)

4) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definita da

$$f(x, y) = \frac{x^2 + (y-1)^2}{x-2} \ ,$$

determinato l'insieme $E \subset \mathbb{R}^2$, trovare i punti di stazionarietà di f. Classificare i punti di stazionarietà ottenuti e determinare $f(E) \subseteq \mathbb{R}$. Dato il compatto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 3 \leq x \leq 6, -1 \leq y \leq 2\}$, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$. Riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D. **(8 punti)**

Dichiarо di avere superato l'esame di Analisi Matematica I $\boxed{\text{SI}}$ $\boxed{\text{NO}}$ FIRMA ....

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO

ORALE