

ANALISI MATEMATICA II (Ing. Aerospaziale)
I canale (A–K) III APPELLO 11.09.2013 A.A.2012/13

COGNOME E NOME N.Ro MATR.
 LUOGO E DATA DI NASCITA

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE Tempo 2 ore 30' **COMPITO A**

1) Dato il compatto $D \subset \mathbb{R}^2$ definito da $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + (y - 1)^2 \leq 2, y \leq x + 1\}$, calcolare

$$I = \iint_D x^2 y \, dx \, dy.$$

Quindi, parametrizzata la frontiera del dominio D , $+\partial D$, verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green. Calcolando, cioè un opportuno integrale esteso alla frontiera $+\partial D$. **(8 punti)**

2) Sia Ω il sottoinsieme del cilindro

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 9, |z| \leq 3\}$$

esterno alla sfera

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\},$$

in altre parole $\Omega = C \setminus S$.

Parametrizzare $\partial\Omega$ e scriverne (dove possibile) versore normale e piano tangente. Scrivere in particolare versore normale e piano tangente nei punti

$P = (1/2, 9/5, 12/5)$, $Q = (3, 1, -1)$ e $R = (3\sqrt{2}/2, 3\sqrt{6}/4, 3\sqrt{2}/4)$.

Calcolare il flusso del campo

$$F(x, y, z) = (x^2 y, 3x + 2z, xz^3)$$

uscente dal bordo di D , svolgendo sia un integrale triplo che un integrale di superficie.

(8 punti)

3) Data l'equazione differenziale:

$$y'' + \gamma y' + y = \sin(-x) \quad , \quad \gamma \in \mathbb{R}$$

determinarne l'integrale generale al variare di γ . Trovare, inoltre, la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + y = \sin(-x) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

(8 punti)

4) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, definita da

$$f(x, y) = \frac{(x - 1)^2 + y^2}{y - 2} \quad ,$$

determinato l'insieme $E \subset \mathbb{R}^2$, trovare i punti di stazionarietà di f . Classificare i punti di stazionarietà ottenuti e determinare $f(E) \subseteq \mathbb{R}$. Dato il compatto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 2, 3 \leq y \leq 6\}$, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$. Riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D . **(8 punti)**

Dichiaro di avere superato l'esame di Analisi Matematica I SI NO FIRMA

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO _____

ORALE _____

