ANALISI MATEMATICA II I Canale (A-K)
(Ingegneria Aerospaziale) A. A. 2012/2013

COGNOME E NOME ....N.Ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

Esercitazione 5: Equazioni differenziali

1) Si determini, per $x > -2$, l'integrale generale dell'equazione differenziale:

$$(x+2)^2\, y'' + 3(x+2)y' - 3y = 0$$

e si ricerchino poi eventuali soluzioni $y(x)$ verificanti le condizioni:

$$\begin{cases} y(0) = 2 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} y(x) = +\infty. \end{cases}$$

(si esegua il cambiamento della variabile x nella $t = x + 2$).

2) Mediante la ricerca di un fattore integrante, si determini l'integrale generale, in forma implicita, dell'equazione differenziale:

$$2\, x(1+y^2)\, dx + (1 - y^2 - 2x^2 y)dy = 0\ .$$

Si ricerchi poi una soluzione esplicita, $y = y(x)$, o $x = x(y)$ di classe C^1, passante per il punto $(x_0, y_0) \equiv (3, -1)$ indicando anche un intervallo di $\mathbb{R}^2$ ove tale soluzione esiste ed è unica. .

3) Si determini per $x \in \mathbb{R}^+$ l'integrale generale dell'equazione differenziale (lineare non omogenea):

$$xy'' + y' = \log x.$$

Si studi il problema della ricerca di eventuali soluzioni verificanti le condizioni:

$$\begin{cases} y(1) = 0 \\ y(2) = -1. \end{cases}$$

4) Si risolva, per $x \in \mathbb{R}$, il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = \dfrac{e^{-x}}{(1+x^2)^2} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

5) Studiare, per $x > -1$, l'equazione differenziale lineare::

$$y''' + \frac{2}{x+1} y'' = x$$

determinando l'integrale generale.

Si trovi poi l'integrale particolare individuato dalle condizioni iniziali: $\begin{cases} y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \\ y''(0) = 1. \end{cases}$