ANALISI MATEMATICA II (Ing. Aerospaziale)
I canale (A–K) VII APPELLO 19.04.2013 A.A.2011/12

COGNOME E NOME ..... N.ro MATR. .....
LUOGO E DATA DI NASCITA .....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

1) Data in $\mathbb{R}$ la funzione, di *periodo* $T = 4$ individuata in $[0, 4)$ da:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x & x \in [0, 2], \\ x - 3 & x \in (2, 4), \end{cases}$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando $\forall x \in [0, 4]$ il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la convergenza è uniforme ? E in $\mathbb{R}$? Perchè ? Fornire adeguate motivazioni. **(7 punti)**

2) Calcolare il seguente integrale

$$\iiint_D y^2 \, dxdydz$$

dove $D = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ \frac{x^2}{4} + y^2 + \frac{z^2}{9} \leq 1; \ y \geq 0\right\}$.

3) Data l'equazione differenziale:

$$y'' + 2\beta y' + 4y = e^{-2x} \quad , \quad \beta \in \mathbb{R}$$

determinarne l'integrale generale al variare di β. Trovare, inoltre, la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

(7 punti)

4) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = e^{-\frac{x^2}{2} + x + y^2}$$

determinarne e classificarne i punti di stazionarietà nell'insieme $D = [0, 2] \times [-1, 1]$. Determinare inoltre $f(D) \subset \mathbb{R}$ e riconoscere che $f(D) = [m, M]$, dove m e M indicano rispettivamente il minimo e il massimo valore assunto da f in D. **(7 punti)**

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO

ORALE