

ANALISI MATEMATICA II (Ing. Aerospaziale)
I canale (A–K) APPELLO STRAORDINARIO
09.11.2012 A.A.2011/12

COGNOME E NOME N.ro MATR.
LUOGO E DATA DI NASCITA

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

- 1) Dato il compatto $D \subset \mathbb{R}^2$, **regolare**, definito da

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0\}, \text{ calcolare } I = \iint_D xy^2 dx dy .$$

Indicata, poi, con $+\partial D$ la frontiera del dominio D percorsa in verso antiorario (positivo), verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green. Calcolare, cioè, I mediante un opportuno integrale esteso alla frontiera (∂D scrivendone la parametrizzazione) del dominio D .

(7 punti)

- 2) Si consideri il superficie S , ottenuta facendo ruotare di 2π attorno all'asse y la curva del piano xy , frontiera del dominio D dell'esercizio precedente, di equazione

$$4x^2 + y^2 = 4, x \geq 0.$$

- a) Parametrizzare la superficie S e utilizzare la parametrizzazione per calcolare vettore normale e piano tangente a S nel punto $(0, 0, -1)$;
- b) Calcolare l'area di S ;
- c) scrivere la formula per il calcolo del volume del solido di rotazione delimitato dalla superficie S .

(7 punti)

- 3) Data l'equazione differenziale:

$$y'' + 2\gamma y' + 4y = \cos(2x) \quad , \quad \gamma \in \mathbb{R}$$

determinarne l'integrale generale al variare di γ . Determinare, inoltre, in corrispondenza a quali valori di γ , è verificata la condizione

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} |y(x)| = +\infty. \quad \text{(7 punti)}$$

- 4) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, definita da $f(x, y) := y^4 - x^4 - x^2 + y^2 + 1$, determinarne i punti di stazionarietà nell'insieme $E \subset \mathbb{R}^2$. Classificare i punti di stazionarietà ottenuti e determinare $f(E) \subset \mathbb{R}$. Dato il compatto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$. Riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D .

(7 punti)

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO _____

ORALE _____
