ANALISI MATEMATICA II (Ing. Aerospaziale)
I canale (A–K) I APPELLO 07.06.2012 A.A.2011/12

COGNOME E NOME ..... N.ro MATR. .....
LUOGO E DATA DI NASCITA .....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE COMPITO A

1) Dato il compatto $D \subset \mathbb{R}^2$, **regolare**, definito da

$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, 4 \le x^2 + 4y^2 \le 16, x \ge 0\right\}, \quad \text{calcolare} \quad I = \iint_D x^2 dxdy \quad .$$

Indicata, poi, con $+\partial D$ la frontiera del dominio D percorsa in verso antiorario (positivo), verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green. Calcolare, cioè, I mediante un opportuno integrale esteso alla frontiera (∂D) del dominio D. **(7 punti)**

2) Data in $\mathbb{R}$ la funzione, di **periodo** $T = 2\pi$ individuata in $[-\pi, \pi)$ da:

$$f(x) = \begin{cases} x + \pi & x \in [-\pi, -\pi/2), \\ \pi/2 & x \in [-\pi/2, \pi/2], \\ -x + \pi & x \in (\pi/2, \pi), \end{cases}$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando $\forall x \in [-\pi, \pi]$ il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la serie converge totalmente? E in $\mathbb{R}$? Perché? Fornire adeguate motivazioni. **(7 punti)**

3) Data l'equazione differenziale:

$$y'' + y' - 12y = (\beta + 4)e^{\beta x} \quad , \quad \beta > 0$$

determinarne l'integrale generale al variare di β. Trovare, inoltre, la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + y' - 12y = (\beta + 4)e^{\beta x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

(7 punti)

4) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definita da $f(x,y) := (x^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 1)$, determinarne i punti di stazionarietà nell'insieme $D = [-2, 2] \times [-2, 2]$. Classificare i punti di stazionarietà ottenuti e, quindi, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$. Riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D. **(7 punti)**

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO

ORALE