ANALISI MATEMATICA II (Ing. Aerospaziale)
IV APPELLO A.A.2011/2012 10.01.2013

COGNOME E NOME ..... N.Ro MATR. .....

PROVA SCRITTA **Tempo 2 ore e 30 minuti**

1) Data la funzione:

$$f(x,y) = \frac{x^2+y^2}{y+3}\,.$$

a) Determinare il dominio D di f e mostrare che f non ha né massimo né minimo assoluto su D.

b) Trovare e classificare i punti critici di f.

c) Trovare massimo e minimo assoluti di f ristretta all'insieme $D_0 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 4\}$.

2) Data l'equazione differenziale:

$$x^2\ y'' + 3x\ y' + y = 0$$

per $x > 0$, determinarne l'integrale generale. Trovare, inoltre, la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} x^2\ y'' + 3x\ y' + y = 0 \\ y(1) \ = 0 \\ y'(1) = 1\ . \end{cases}$$

3) Dato il compatto $D \subset \mathbb{R}^2$, **regolare**, definito da

$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 |\, 1 \leq x^2+y^2 \leq 4, y \geq x\right\}\ , \quad \text{calcolare} \quad I = \iint_D xy\, dxdy \quad .$$

Indicata, poi, con $+\partial D$ la frontiera del dominio D percorsa in verso antiorario (positivo), verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green. Calcolare, cioè, I mediante un opportuno integrale esteso alla frontiera (∂D) del dominio D.

4) Si consideri la superficie S, contenuta nel semispazio $y \geq 0$, ottenuta facendo ruotare di 2π attorno all'asse x la curva, nel piano xz, di equazione

$$z = \sin(2x)\,, \quad \pi/2 \leq x \leq 3/2\pi\,.$$

a) scrivere la formula per calcolare l'area di S e verificarla mediante l'applicazione del teorema di Guldino;

b) trovare una parametrizzazione di S e utilizzarla per calcolare versore normale e piano tangente a S nel punto $(3\pi/4, 1, 0)$.

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO

ORALE