ANALISI MATEMATICA II (Ing. Aerospaziale)
I canale (A–K) II APPELLO 06.07.2012 A.A.2011/12

COGNOME E NOME .... N.ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE COMPITO A

1) Data la forma differenziale
$$\omega = \frac{\alpha}{y} e^{-\frac{x}{y}} dx + \frac{x}{y^2} e^{-\frac{x}{y}} dy,$$
determinarne il dominio $E \subset \mathbb{R}^2$. Determinare, quindi, $\alpha \in \mathbb{R}$ in modo tale che ω sia esatta nell'insieme $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \subset E \subset \mathbb{R}^2$. Tale forma è esatta in tutto il suo dominio E? Perché? In corrispondenza ad α generico, calcolare $I = \int_\gamma \omega$ dove γ indica il segmento (orientato) che unisce il punto $A \equiv (1,1)$ al punto $B \equiv (3,3)$. Verificare il risultato ottenuto, nel caso in cui α assume il valore trovato precedentemente. **(7 punti)**

2) Si consideri la superficie S, contenuta nel semispazio $y \geq 0$, ottenuta facendo ruotare di un angolo piatto attorno all'asse z la curva del piano xz di equazione
$$z = \sqrt{x-1}\,, \quad 1 \leq x \leq 5\,.$$
   a) Calcolare l'area di S;
   b) trovare una parametrizzazione di S e utilizzarla per calcolare versore normale e piano tangente a S nel punto $(2,0,1)$. **(7 punti)**

3) Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy:
$$\begin{cases} y' = \dfrac{(3-2y)\sin(x)}{1+\cos(2x)} \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$
nei 2 casi $\alpha = \frac{3}{2}$ e $\alpha = \frac{5}{2}$, specificando (e motivando la risposta) se le soluzioni sono uniche e locali o globali. **(7 punti)**

4) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definita da $f(x,y) := \log(x^2+y^2+1) - \frac{1}{2}(x^4+y^4)$, determinarne i punti di stazionarietà nell'insieme $D = [-1,1] \times [-1,1]$. Classificare i punti di stazionarietà ottenuti e, quindi, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$. Riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D. **(7 punti)**

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO ____________________

ORALE ____________________

ANALISI MATEMATICA II (Ing. Aerospaziale)
I canale (A–K) II APPELLO 06.07.2012 A.A.2011/12

COGNOME E NOME .... N.ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE COMPITO B

1) Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{\beta y}{2x^2}\, e^{-\frac{y}{x}} dx + \frac{1}{x}\, e^{-\frac{y}{x}} dy,$$

determinarne il dominio $E \subset \mathbb{R}^2$. Determinare, quindi, $\beta \in \mathbb{R}$ in modo tale che ω sia esatta nell'insieme $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \subset E \subset \mathbb{R}^2$. Tale forma è esatta in tutto il suo dominio E? Perché?

In corrispondenza a β generico, calcolare $I = \int_\gamma \omega$ dove γ indica il segmento (orientato) che unisce il punto $A \equiv (1,1)$ al punto $B \equiv (3,3)$. Verificare il risultato ottenuto, nel caso in cui β assume il valore trovato precedentemente. **(7 punti)**

2) Si consideri la superficie S, contenuta nel semispazio $y \geq 0$, ottenuta facendo ruotare di un angolo piatto attorno all'asse z la curva del piano xz di equazione

$$z = \sqrt{x+1}\,, \quad 1 \leq x \leq 4\,.$$

a) Calcolare l'area di S;

b) trovare una parametrizzazione di S e utilizzarla per calcolare versore normale e piano tangente a S nel punto $(0,3,2)$. **(7 punti)**

3) Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{\cos(3x)(2-3y)}{1-\sin(3x)} \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

nei 2 casi $\alpha = \frac{2}{3}$ e $\alpha = \frac{1}{3}$, specificando (e motivando la risposta) se le soluzioni sono uniche e locali o globali. **(7 punti)**

4) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definita da $f(x,y) := \log(x^4+y^4+1) - \frac{1}{2}(x^2+y^2)$, determinarne i punti di stazionarietà nell'insieme $D = [-1,1] \times [-1,1]$. Classificare i punti di stazionarietà ottenuti e, quindi, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$. Riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D. **(7 punti)**

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO

ORALE