ANALISI MATEMATICA II (Ing. Aerospaziale)
I canale (A–K) III APPELLO 11.09.2012 A.A.2011/12

COGNOME E NOME .... N.ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE COMPITO A

1) Dato il compatto $D \subset \mathbb{R}^2$, **regolare**, definito da

$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \leq -|x| \right\}, \quad \text{calcolare} \quad I = \iint_D xy\,dx\,dy \; .$$

Indicata, poi, con $+\partial D$ la frontiera del dominio D percorsa in verso antiorario (positivo), verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green. Calcolare, cioè, I mediante un opportuno integrale esteso alla frontiera (∂D scrivendone la parametrizzazione) del dominio D.
(7 punti)

2) Si consideri il superficie S, ottenuta facendo ruotare di 2π attorno all'asse z la curva del piano xz di equazione

$$z = -x^3, \quad x \in [0,2] \, .$$

a) Parametrizzare la superficie S e utilizzare la parametrizzazione per calcolare versore normale e piano tangente a S nel punto $(-1/2, \sqrt{3}/2, -1)$;
b) Calcolare l'area di S;
c) scrivere la formula per il calcolo del volume del solido di rotazione delimitato dalla superficie S e dal piano $z = -8$.
(7 punti)

3) Data l'equazione differenziale:

$$y'' + \delta y' + y = \cos(x) \quad , \quad \delta \in \mathbb{R}$$

determinarne l'integrale generale al variare di δ. Trovare, inoltre, la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + y = \cos(x) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

(7 punti)

4) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definita da $f(x,y) := (x^2 + y^2)(y^2 - x^2 + 4)$, determinarne i punti di stazionarietà nell'insieme $E \subset \mathbb{R}^2$ Classificare i punti di stazionarietà ottenuti e determinare $f(E) \subset \mathbb{R}$. Dato il compatto $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 4\}$, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$. Riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D.
(7 punti)

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO

ORALE

ANALISI MATEMATICA II (Ing. Aerospaziale)
I canale (A–K) III APPELLO 11.09.2012 A.A.2011/12

COGNOME E NOME .... N.ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE COMPITO B

1) Dato il compatto $D \subset \mathbb{R}^2$, **regolare**, definito da

$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq |x|\right\}, \quad \text{calcolare } I = \iint_D xy\,dx\,dy \ .$$

Indicata, poi, con $+\partial D$ la frontiera del dominio D percorsa in verso antiorario (positivo), verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green. Calcolare, cioè, I mediante un opportuno integrale esteso alla frontiera (∂D scrivendone la parametrizzazione) del dominio D.
(7 punti)

2) Si consideri il superficie S, ottenuta facendo ruotare di 2π attorno all'asse z la curva del piano xz di equazione

$$z = 2x^3, \quad x \in [0,2].$$

a) Parametrizzare la superficie S e utilizzare la parametrizzazione per calcolare versore normale e piano tangente a S nel punto $(1/2, -\sqrt{3}/2, 2)$;
b) Calcolare l'area di S;
c) scrivere la formula per il calcolo del volume del solido di rotazione delimitato dalla superficie S e dal piano $z = 16$.
(7 punti)

3) Data l'equazione differenziale:

$$y'' + \gamma y' + 4y = -\sin(2x) \quad , \quad \gamma \in \mathbb{R}$$

determinarne l'integrale generale al variare di γ. Trovare, inoltre, la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 4y = -\sin(2x) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

(7 punti)

4) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definita da $f(x,y) := -(x^2+y^2)(x^2-y^2+4)$, determinarne i punti di stazionarietà nell'insieme $E \subset \mathbb{R}^2$ Classificare i punti di stazionarietà ottenuti e determinare $f(E) \subset \mathbb{R}$. Dato il compatto $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 4\}$, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$. Riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D.
(7 punti)

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO

ORALE